

LA TRANSVERSALIDAD DE LA 'LÓGICA' BORROSA, ¿UNA OPORTUNIDAD PEDAGÓGICA?

Enric Trillas*; Itziar García-Honrado**

*Universidad de Oviedo Calle San Francisco, 1, 33003
Oviedo. Asturias. España

**Departamento de Estadística, I.O. y Didáctica de las Matemáticas.
Universidad de Oviedo. Facultad de Ciencias. C/Federico García Lorca, 18,
33007, Oviedo. Asturias. España.

etrillasetrillas@gmail.com; garciaitziar@uniovi.es

Recibido 6 de marzo 2019, aceptado 20 de septiembre 2019

Resumen

Esta contribución pretende dar a conocer el potencial de la lógica borrosa debido a su transversalidad con áreas tales como: Matemáticas, Filosofía, Ingeniería, Medicina, etc., con el objetivo de contribuir a la metodología de aprendizaje basado en proyectos multidisciplinares. Se centra en la enseñanza preuniversitaria y la de formación profesional.

Palabras clave: Educación preuniversitaria y formación profesional, Lógica borrosa, Aprendizaje Basado en Proyectos

Códigos JEL: A3, B0 y C9

¿IS THE TRANSVERSALITY OF FUZZY LOGIC A PEDAGOGICAL OPPORTUNITY?

Enric Trillas*; Itziar García-Honrado**

*Universidad de Oviedo Calle San Francisco, 1, 33003
Oviedo. Asturias. España

**Departamento de Estadística, I.O. y Didáctica de las Matemáticas.
Universidad de Oviedo. Facultad de Ciencias. C/Federico García Lorca, 18,
33007, Oviedo. Asturias. España.

etrillasetrillas@gmail.com; garciaitziar@uniovi.es

Received march 6th 2019, accepted September 20th 2019

Abstract

This contribution aims to reveal the potential of fuzzy logic in relation to its transversality with areas such as: Mathematics, Philosophy, Engineering, Medicine, etc. The final goal is to contribute to develop a multidisciplinary project based on learning. Specifically, it focuses on pre-university and professional education.

Keywords: Pre-univeristy and professional education, Fuzzy Logic, PProject Based Learning

JEL Codes: A3, B0 y C9

INTRODUCCIÓN

Este artículo no pretende sino dar a conocer tanto lo esencial de la lógica borrosa que, de entrada, no exige grandes conocimientos matemáticos, como algunas de sus aplicaciones las cuales, debido a su carácter transversal pueden, eventualmente, sugerir el diseño de proyectos docentes multidisciplinares en la enseñanza media superior, el bachillerato y la formación profesional, con temas tanto científicos o tecnológicos como humanísticos y, para lo cual, la decisión de plantearlos, diseñarlos y realizarlos conjuntamente entre profesores y alumnos es esencial. El planteamiento y diseño de tales proyectos no puede ser 'dictado' desde fuera, sino que sólo puede corresponder a los profesores bajo cuya supervisión vayan a ser realizados; una tarea que exigen el estudio previo de una parte de las nociones que se citan en el apartado tercero.

Focalizar el interés de la clase en un problema concreto y al alcance de una buena mayoría de estudiantes, centra, motiva e incrementa su interés y espíritu crítico; además y con cierta frecuencia, surge un subgrupo de ellos que logra avanzar casi al margen de los textos aconsejados y aportando alguna idea que, a veces, puede llegar a representar un nuevo aunque parcial enfoque del tema y que, al profesor, le puede permitir un cambio, por mínimo que sea, de sus puntos de vista docentes.

Actualmente el aprendizaje basado en proyectos (ABP), se considera una metodología contrastada y más provechosa y efectiva que la clase magistral, ya que el aprendizaje surge a partir de un problema real al que el alumno ha de buscarle alguna solución, consiguiendo realizar un aprendizaje en un contexto significativo tanto en sí mismo como para el alumno y, además, por lo general, involucrando varias disciplinas (Phyllis et al., 1991). El gran matemático del siglo XX Karl Menger (Viena, Austria, 1902- Highland Park, Illinois, 1985), explicó que una 'idea' científica es tanto más importante, cuanto más se manifiesta su fertilidad y,

especialmente, si lo hace en campos distintos de aquel donde se generó. En la enseñanza es esencial que las ideas “lleguen dentro” a los alumnos.

Con esa metodología docente se logra un aprendizaje multidireccional, en contraposición con la instrucción unidireccional a la que conducen las clases magistrales, consideradas pieza clave de la educación a lo largo de muchos años y que en la actualidad pierden peso para dar paso a nuevas metodologías como el ABP, donde el alumno es la pieza clave del proceso de enseñanza y aprendizaje y que, al llegarles dentro, fomentan mejor la creatividad grupal e individual de los alumnos (Ummah et al., 2019). Esta creatividad puede tener repercusiones, no sólo en los resultados académicos futuros de los alumnos, sino también en contribuirá en su vida laboral y, por ende, en la sociedad.

Por otra parte, el ABP es capaz de motivar al alumnado, ya que parte de un problema real, por lo que se justifica de dónde, por qué y cómo surge cada objeto de estudio. Ello contrasta con las explicaciones limitadas a mostrar y probar unos resultados, pero sin ponerlos en relación ni con su propia historia.

En este trabajo, en la sección 2 se pondrá en valor el aprendizaje en basado en proyectos y se dedica la sección 3 a dar a conocer el potencial de la lógica borrosa para diseñar proyectos educativos. Finalmente, se recogerán unas conclusiones.

ENSEÑANZA CON FOCO PRINCIPAL EN EL ALUMNO

Desde Lev Vigotsky (Orsha, Imperio Ruso, actual Bielorrusia, 1896 - Moscú, Unión Soviética, 1934) se considera que el alumno ha de ser protagonista de su camino de aprendizaje. Por otro lado, desde la experiencia de los autores, se mostrará cómo la lógica borrosa permite que esta idea pueda cristalizar a lo largo de la formación académica, tanto universitaria como no universitaria.

El caso de la enseñanza universitaria

En la enseñanza de las maestrías de investigación y cursos de doctorado, la metodología basada en seminarios alrededor de algún tema muy

específico pero abierto, permite ir más allá de sólo ‘enseñar a los estudiantes’, proponiéndoles ‘estudiar por su cuenta’ y discutir conjuntamente en clase artículos diferentes sobre un mismo y aún no suficientemente bien conocido tema, sin olvidar sus antecedentes, es decir, de qué y dónde ha surgido. En este caso, profesores y alumnos logran aprender.

Ciertamente, hacer protagonista de su aprendizaje al alumno a través de toda su formación académica resultaría el ideal buscado, pero hay que notar la existencia de situaciones que lo dificultan. En clases universitarias con un gran número de alumnos y por diversas razones, no es totalmente posible seguir tal metodología, salvo que el profesor cuente con un número suficiente de ayudantes bien formados (lo que, lamentablemente, no es siempre el caso) para que, cada uno de ellos, pueda atender a un grupo reducido de estudiantes. Sin embargo, e incluso en estos casos, determinadas estrategias docentes de focalización (menos estricta) pueden resultar provechosas. Por ejemplo, en los primeros cursos de Matemáticas un tema importante, tanto para la misma asignatura como para otras, es el de reducir una matriz a forma diagonal y del que se comprueba que penetra más a los alumnos focalizándolo, inicialmente, en el análisis y resolución de un sistema de ecuaciones lineales, en lugar de intentar abordarlo directamente de forma geométrico-vectorial y que, de esa forma, los estudiantes aprenden no sólo a discutir y resolver los sistemas de ecuaciones lineales, reducir matrices, trabajar con autovalores, etc., sino a mejor comprender luego la explicación y aplicación de todo ello en el seno de los espacios vectoriales (Trillas y Vila, 1979), (Alsina y Trillas, 1984). Este ejemplo un tanto banal se cita, simplemente, para insistir en que focalizar un tema docente en algo que pueda ser bien comprendido y compartido por los alumnos no es sólo y siempre fructífero, sino que lo es tanto para ellos que, así, se lo hacen suyo, como para el profesor; un profesor que de no aprender novedades o, por lo menos, no reconsiderar los temas que explica y cómo lo hace, nunca será bueno, el aburrimiento llegará a dominarlo y a medida que envejezca irá perdiendo la ilusión por su trabajo.

Por otro lado, aunque en las Universidades no suele existir mucha colaboración interdepartamental, hay facultades que promueven trabajos fin de grado multidisciplinares que se realizan con la supervisión de profesores de distintas áreas y que trabajan colaborativamente para dar respuesta al objetivo del trabajo, el cuál creemos que ha de surgir del interés del alumno.

El caso de la enseñanza no universitaria

En la enseñanza típicamente no universitaria hay muchas posibilidades de hacerla pivotar sobre ‘centros de interés’, sobre proyectos docentes realizables a lo largo de cada trimestre y aunque el número de alumnos no sea pequeño. Pruebas de ello ya las dieron, en parte y antes de la primera mitad del pasado siglo XX, tanto la barcelonesa ‘Escola del Bosc’ (1914-1939), como el madrileño Instituto-Escuela (1918-1936); esa metodología docente en la actualidad ha propiciado, en alguna escuela, incluso a suprimir tabiques y así disponer de aulas más amplias para que, en ellas, profesores de diversas materias participen conjuntamente en el proyecto docente que es transversal, multidisciplinar y permite que interactúen profesores de lengua, música, matemáticas, geografía, historia, etc. Incluso, en algunos casos, con alumnos de edades distintas y que usualmente y de otra forma no coincidirían en el aula.

En una parte de la enseñanza secundaria como en el bachillerato y la formación profesional, el mantenimiento de la división en asignaturas separadas o estancas es algo así como intentar mostrar que la vida y el mundo constan de compartimentos aislados; ello, mucho antes de que empiece el tiempo de la especialización. Es algo que va en contra de la visión que pueden tener los estudiantes en unos momentos en los cuales se les deben facilitar amplias oberturas mentales que les permitan una visión global y crítica. La escuela y el instituto deben ayudar a los estudiantes a terminar encontrando lo que sean sus propios deseos profesionales, abrirles caminos intelectuales que puedan llegar a transitar por su cuenta, educándolos en el estudio y la crítica, ayudándoles a ser creativos más que instruyéndolos dogmáticamente.

Los alumnos de secundaria, bachillerato y formación profesional antes de llegar a ejercer su profesión, deben tener un bagaje de experiencias dialécticas y conocimientos generales suficiente para efectuar una elección de carrera que pueda, con probabilidad a priori alta, resultarles adecuada y gratificante; para elegir una profesión en la cual poder desplegar satisfactoriamente su creatividad que, de nuevo en palabras de Einstein, les signifique 'la inteligencia divirtiéndose'.

Un aprendizaje preuniversitario basado en proyectos docentes y transversales que sirvan de centro multinivel de interés para los estudiantes nos parece esencial para una reforma educativa que, no obstante, no puede quedarse en ello, sino que debe afectar tanto a la formación de los profesores, como a su reclutamiento, a la formación de los directores de los centros docentes y, también, de la inspección docente. No vemos cómo una enseñanza organizada puede ser socialmente adecuada, gratificante y provechosa para los alumnos, sin disponer previamente de profesores, directores e inspectores dotados, todos ellos, de conocimientos, experiencia y entusiasmo suficientes y probados, así como con interés personal para hacer un esfuerzo continuado de estudio y actualización. ¿Qué diríamos, por ejemplo, de un médico generalista que no estuviese al corriente de los avances tanto de las técnicas de diagnóstico, como de los nuevos fármacos disponibles?

Ciertamente, tales reformas requieren de una tarea cultural, social y política ardua, económicamente costosa y de difícil gestión; pero con ella se juega un futuro crecientemente informatizado y en el cual el ejercicio de las profesiones va a ser muy distinto al que ha venido siendo hasta no hace mucho; un futuro profesional en el cual la creatividad individual y grupal jugará un importante papel. Algo que ya lleva tiempo manifestándose y que, con la informatización creciente, no irá a menos sino a más.

Como ejemplo impulsor de esas reformas podemos hacernos eco de programas educativos actuales que involucran el ABP y dan importancia a asignaturas como Matemáticas, Ciencias, Tecnología, base de la formación

de quienes consiguen contribuir al desarrollo científico y, por tanto, económico de un país. Es el caso del proyecto multidisciplinar STEAM, del inglés ‘Sciences, Techonology, Engineering, Art and Maths’, que se desarrolla en la enseñanza preuniversitaria, comenzando incluso en los colegios de educación primaria. Estos proyectos, tienen una estrecha relación con la tecnología y permiten a los alumnos, desde la escuela primaria, realizar programas informáticos; así, el Grupo ‘Lifelong Kindergarten’ del MIT (Massachusetts Institute of Technology) ha desarrollado para este fin el lenguaje de programación “Scratch”.

LÓGICA BORROSA Y DOCENCIA

Lógica borrosa en la educación preuniversitaria

La lógica borrosa (‘Fuzzy Logic’, en inglés), es el estudio científico de la imprecisión del lenguaje natural u ordinario, distinto del formalizado y artificial de la lógica, de la incertidumbre asociada a sucesos imprecisamente definidos que bien son de tipo aleatorio, o bien de incertidumbre que no es aleatoria, así como del razonamiento ordinario o de cada día, tan distinto del deductivo de la prueba matemática. La lógica borrosa tiene tal cantidad de aplicaciones prácticas a problemas tecnológicos, médicos, económicos, de gestión, etc., que la hace particularmente útil para ser empleada en proyectos educativos de tipo transversal, en los que puedan colaborar profesores de lengua, filosofía, matemáticas, física, tecnología, economía, etc.

Además, existe un gran colectivo de investigadores en la lógica borrosa que son bien conocidos y apreciados internacionalmente, así como fáciles de contactar para aprovechar su conocimiento y experiencia. Nos atrevemos a afirmar que la mayoría son, además, gente no sólo interesada en la colaboración educativa, sino que están personalmente preocupados por ella y, en parte, por cuanto conocen bien que la lógica borrosa ofrece buenas oportunidades pedagógicas de ser empleada como aglutinadora de proyectos docentes transversales, como se recoge en (Alonso, 2019) donde se utiliza “Scratch” en aplicaciones borrosas.

La lógica borrosa ha probado ampliamente su fertilidad a lo largo de los años transcurridos desde su introducción inicial por Lotfi A. Zadeh (Bakú, Azerbaiján, 1921- Berkeley, California, 2017) entre los años 1965 y 1973, y lo ha hecho en campos bien alejados de aquel en el cual cabe inscribir su nacimiento. De hecho, el concepto de conjunto borroso ('Fuzzy Set', en inglés) nació en 1965, asociado al significado de una palabra imprecisa y en el seno de la antigua Cibernética, ya entonces dividida en partes que progresaban separadamente; las palabras imprecisas no admiten, como se prueba con argumentos tipo 'Sorites', ser representadas por conjuntos clásicos como las precisas y de ahí la necesidad de disponer para ellas un nuevo tipo de representación matemática si no se las quiere dejar de lado. Hasta cierto punto, es una notable consecuencia de la anterior visión analógica que ya empezaba a estar claramente superada por la digital. Aparte de que la imprecisión permea fuertemente el lenguaje ordinario, con frecuencia y en muchas cuestiones, intentar obtener soluciones precisas conlleva una pérdida de significado de las mismas; muchas veces, demasiada precisión restringe el campo e implica una pérdida de significación. Sin algún aparato matemático para representar la imprecisión lingüística es muy difícil, sino imposible, el análisis científico del razonamiento ordinario de las personas.

Citaremos algunos de los aspectos que pueden ser relevantes para la posible utilidad docente de la lógica borrosa y supuesto, claro está, que los docentes adquieran previamente un cierto conocimiento de qué es un conjunto borroso, de las operaciones con los mismos y su relación con el lenguaje ordinario, así como conozcan unas pocas nociones de lo que se llama la 'lógica borrosa' y que, realmente, es un cálculo para representar matemáticamente algunas de las operaciones que las personas efectúan al razonar. En cierta forma, la lógica borrosa significa un nuevo paso adelante en el largo y seguramente inacabable camino del famoso '¡Calculemos!' de Leibniz y a lo cual viene a cuento el proverbio chino 'quien se empeñe en alcanzar la Luna con una piedra no lo conseguirá, pero podrá convertirse en un buen lanzador de piedras'.

Para conocer la lógica borrosa que, como se ha dicho no exige grandes conocimientos matemáticos, existen multitud de textos de los que, sólo como unos poquísimos ejemplos, citaremos el (Trillas y Eciolaza, 2015), el (Nguyen y Walker, 2000) que es de tipo puramente matemático y el (Mukaidono, 2004) dirigido a principiantes. En español también existen algunos textos que pueden ser útiles para introducirse en la lógica borrosa y como son, por ejemplo, los (Trillas, Alsina y Terricabras, 1995) y (Trillas, 1980) que presentan sus bases teóricas y los (Trillas y Gutiérrez-Rios, 1995) y (Trillas, 1994) mayormente dedicados a las aplicaciones, así como el libro de Bart Kosko (1999) que ofrece algunas reflexiones sobre aspectos que están en su entorno conceptual. Por otra parte, el libro (Sangalli, 1998) permite una interesante visión de la lógica borrosa en el entramado de las modernas metodologías computacionales de tipo flexible ('Soft Computing', en inglés).

En el trabajo (García-Honrado, 2013) se proponen teóricamente algunos aspectos de la lógica fuzzy que pueden ser trabajadas en la enseñanza preuniversitaria. Por otra parte, en centros de enseñanza media de Shanghái y desde hace más de diez años, viene impartándose con éxito enseñanza de lógica borrosa y aplicándola a casos prácticos a través del texto (Lin, Cao y Lien, 2018), especialmente escrito para los profesores con ese fin y recientemente traducido y publicado en inglés. Un libro del que vale la pena fijarse en el fin de su título, '¿Puede razonar una lavadora?', que insinúa claramente una de sus finalidades.

Aplicaciones transversales de la lógica borrosa

La imprecisión que, científicamente, estudia la teoría de los conjuntos borrosos es, de emplear el término usual en la filosofía, la muy abundante 'vaguedad' lingüística de aquellas palabras que permean el lenguaje ordinario, pero cuyo significado es medible; un concepto que tal teoría explica (Trillas, 2017) y con la que muchas frases del lenguaje ordinario pueden representarse por fórmulas involucrando tanto palabras imprecisas como precisas. La lógica borrosa deja aparte las palabras de significado no-medible o metafísico y va más allá de la teoría clásica de

conjuntos, a la que engloba; con ella, pueden representarse más frases que las de significado binario o preciso y, por tanto, ya medibles con una única medida. Todas las álgebras de conjuntos borrosos, de las que hay muchas, engloban al álgebra de Boole que es el modelo incuestionado para representar el razonamiento preciso, sin incertidumbre y cuando, al menos potencialmente, puede disponerse de toda la información de partida que sea necesaria.

Por ello y ya de buen comienzo, se da una notable confluencia con los profesores de matemáticas, filosofía y lengua; en particular y a los segundos, por lo menos les afectan los conceptos relativos al significado, la verdad y la vaguedad en el lenguaje ordinario, los cuales no sólo son importantes en la lógica borrosa sino que en ella se presentan en forma medible (Trillas, 2017 y 2018); por ejemplo, el de la verdad va más allá de las ‘tablas de verdad’ que se suelen explicar en bachillerato y cuyo desarrollo requiere, posiblemente, la colaboración de los profesores de matemáticas. Con respecto a la vaguedad, por ejemplo, no es inmediatamente claro cómo hacer medible el significado de palabras vagas que son usuales en algunos contextos; es el caso de ‘impresionista’ en un contexto artístico y como muestra la dificultad en establecer que ‘esta obra de arte es menos impresionista que esta otra’, o con ‘inteligente’ por la dificultad de establecer que ‘fulano es menos inteligente que mengano’. Aquellos tres grupos de profesores pueden tener un papel esencial en cualquier proyecto docente basado en la lógica borrosa cuyas aplicaciones están, en muchos casos, basadas en descripciones lingüísticas sea de sistemas o de acontecimientos.

Además, la lógica borrosa facilita la representación de más cuantificadores que los clásicos ‘existe’ (\exists) y ‘todos’ (\forall) como son, por ejemplo, ‘varios’, ‘pocos’ y ‘muchos’, además de las llamadas ‘cercas lingüísticas’ como ‘muy’, ‘más o menos’, etc. También facilita estudios teóricos y métodos prácticos para ‘agregar’ información tanto precisa como imprecisa. En particular, permite representar mediante fórmulas y en base a su significado contextual, las reglas de tipo condicional ‘Si, entonces’, gracias a las cuales suele expresarse lingüísticamente el conocimiento empírico de

un experto sobre el comportamiento de determinados sistemas dinámicos. Es el caso, por ejemplo, del conocimiento que se tiene de un péndulo invertido a través de experimentar cómo un palo puede mantenerse verticalmente en la palma de la mano con sólo mover ésta hacia adelante y hacia atrás; para ello bastan unas pocas reglas de las que, ‘Si el palo cae lentamente hacia adelante, muévase la mano ligeramente hacia adelante’, es un ejemplo. Con ello, se consigue mecanizar mediante control computacional el funcionamiento de un ‘péndulo invertido’ e incluso si el péndulo tiene una o dos rótulas, con lo que aumenta el número de grados de libertad del sistema dinámico. Tal control se efectúa por medio de unos ‘ordenadores’ de propósito específico, llamados controladores borrosos (‘fuzzy controllers’, en inglés), gracias a los cuales se consigue automatizar el funcionamiento de muchos sistemas dinámicos, como son lavadoras, hornos microondas, puentes grúa, la transmisión automática de automóviles, el control de estabilización de drones, plantas potabilizadoras de agua, etc., con lo que, además, aparece en su comportamiento automatizado un pequeño grado de inteligencia computacional que permite, por ejemplo, la pregunta de si una lavadora razona. Todo ello ya forma parte de la nueva y amplia rama de aplicaciones de la lógica borrosa conocida como Control Borroso (‘Fuzzy Control’, en inglés) y construir un controlador borroso simple es una tarea fácil, que está al alcance de una clase de bachillerato o de formación profesional y el cual, de manera no trivial, puede emplearse en controlar automáticamente algunas máquinas cuyo comportamiento pueda describirse lingüísticamente lo que, además, permite experimentar con ellas en clase para llegar a describir su funcionamiento por medio de un sistema de reglas.

Con esas aplicaciones se ahorra y a veces con ventaja, el uso del llamado ‘control proporcional-integral-diferencial’ (CIP) de sistemas dinámicos, que requiere un cierto nivel de conocimiento y manejo del cálculo diferencial e integral; en parte por eso, también se da una confluencia inmediata con los profesores de tecnología y de física permitiendo, además, una manera de entrar en algunos de los problemas de la tan actual Inteligencia Artificial ya que, por ejemplo, cabe aplicar la lógica borrosa al movimiento

de robots dotándolos de algún grado de inteligencia computacional. Más confluencia con la tecnología proviene aún de los llamados ‘autómatas borrosos’, lineales o no, que permiten analizar, simbolizar y luego construir réplicas computacionales de muchos sistemas.

Otras confluencias de interés provienen de la posibilidad de ensanchar el ámbito de la programación lineal a objetivos imprecisos, lo que conecta inmediatamente con problemas de gestión y economía, como también lo hace reconocer y representar ‘patrones’ de comportamiento impreciso. Por otra parte, el tratamiento computacional de imágenes con técnicas borrosas permite conectar con intereses de tipo artístico, al igual que lo permite el uso de la lógica borrosa para dotar a la música generada por ordenador de ‘expresividad musical’, es decir, hacerla lo más indistinguible posible de cuando es interpretada por los mejores músicos (López de Mántaras, 2013).

Por otra parte, la lógica borrosa también facilita herramientas teóricas aplicables al tratamiento de la incertidumbre asociada a ‘sucesos’ descritos de forma imprecisa y algunos de los cuales no son de tipo aleatorio, así como facilita tratar aquella incertidumbre que proviene de una falta de información y tanto afectando a sucesos precisos como imprecisos. Un ejemplo un tanto elemental es el de considerar una urna con 50 bolillas de la que se sabe que contiene un número *grande* de bolillas rojas, uno *mediano* de bolillas negras y otro *pequeño* de bolillas amarillas; una de las preguntas a responder es, por ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de extraer una bolilla negra?, cuya solución depende, obviamente, de la función que dé la medida del término ‘mediano’ en el conjunto de los primeros cincuenta números naturales. Por lo que se refiere a problemas de incertidumbre por falta de información, uno típico es el siguiente: De una variable continua—entre 0 y 100 que toma sus valores en el intervalo unidad, se sabe que no los toma ni entre 20 y 30, ni entre 60 y 75 y se pregunta cuáles son la posibilidad y la necesidad de que sus valores sean *grandes*. Se trata de un tipo de problemas que requieren conocer la llamada ‘teoría de la posibilidad’ que, basada en los conjuntos borrosos, se explica en todos sus textos (Dubois, Nguyen y Prade, 2000).

Las posibilidades de interrelación docente que facilita el carácter transversal de la lógica borrosa son muy amplias y con una dificultad que va de baja a alta. No en balde, los trabajos de investigación en los que se aplican sus técnicas aparecen publicados en multitud de revistas de muchos y distintos ámbitos científico-tecnológicos y no, solamente, en el suyo estricto; un ámbito en el cual existe, además, una notable cantidad de revistas y congresos internacionales de investigación. Una búsqueda en la Internet permite hacerse una idea de la enorme cantidad de aplicaciones de la lógica borrosa y muchas de las cuales se hacen actualmente en cooperación con metodologías como son las de las redes neuronales, los algoritmos genéticos y las técnicas probabilísticas.

La lógica borrosa no es sólo transversal entre muchos ámbitos, sino que coopera fácilmente con otras metodologías y cuya hibridación con ella ha generado el nuevo campo de la Computación Flexible ('Soft Computing', en inglés), gracias al que se han podido plantear y resolver algunos problemas nada fáciles que fueron, antes, computacionalmente inabordables. Uno de ellos fue, hace años, la dirección de un avión sin piloto por órdenes orales dadas a distancia y del tipo 'gira a la derecha', 'mantente estacionario', 'sigue el camión blanco que va por la carretera', 'busca un punto de aterrizaje y aterriza', etc.

CONCLUSIÓN

Es conveniente, para terminar, poner de manifiesto que pese a un nombre que, acuñado internacionalmente ya es imposible cambiar, la llamada lógica borrosa es menos 'una lógica' que un campo científico con una parte teórica y formal de desarrollos matemáticos, más una parte experimental constituida por tal multitud de aplicaciones a muchos y distintos ámbitos que permite hablar de la 'tecnología borrosa'. De hecho, es una ciencia experimental y nada borrosa del razonamiento ordinario (y no necesariamente deductivo) expresado en lenguaje natural y cuando la información de partida no es siempre ni precisa, ni completa, ni totalmente fiable; algo que, en la vida y los problemas reales, es como el pan de cada día. Tal vez con cierta simplificación y análogamente a la visión de la física

como la ciencia de la materia, el movimiento y la energía, pueda verse la lógica borrosa como una ciencia del lenguaje y el razonamiento ordinarios; como la ciencia de la 'borrosidad', es decir, de la vaguedad lingüística medible que permea el lenguaje.

El carácter científico-tecnológico transversal de la lógica borrosa ofrece notables oportunidades para aprovecharla pedagógicamente a fin de organizar experiencias docentes 'tipo proyecto' alrededor de un 'foco de interés educativo' multidisciplinar, tanto en la enseñanza media (superior), como en el bachillerato y en la formación profesional. Naturalmente y como antes se dijo, tras que sus profesores conozcan, previamente, lo más esencial de la lógica borrosa y con ello puedan definir un tal proyecto recabando, si lo creen oportuno, la ayuda de especialistas.

Como futuro trabajo podrían plantearse tanto los diseños como los resultados conseguidos en diversos proyectos llevados a cabo en aulas preuniversitarias en los que se trabaje con lógica fuzzy desde un punto de vista multidisciplinar.

REFERENCIAS

Alonso, J.M. (2019) Explainable Artificial Intelligence for kids, *Proceedings 11th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT)*, 1, pp.134-141.

Alsina, C. y Trillas, E. (1984), *Lecciones de Álgebra y Geometría*. Ed. Gustavo Gili.

Dubois, D., Nguyen, H. and Prade, H. (2000) Possibility Theory, Probability and Fuzzy Sets Misunderstandings, Bridges and Gaps. In: Dubois, D., Prade H. (Orgs.) *Fundamentals of Fuzzy Sets*. Springer: Kluwer Acad. Publ., The Handbook of Fuzzy Sets Series, pp. 343-438.

García-Honrado, I. (2013) Reflections on the teaching of Fuzzy Logic, Proceedings of the 8th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT), pp. 683–690.

Kosko, B. (1999), El futuro borroso o el cielo en un chip. Ed. Crítica.

Lin, H.R., Cao, B.Y. and Lien, Y.Z. (2018) Fuzzy Sets Theory Preliminary: Can a Washing Machine Think? Springer.

López de Mántaras, R., (2013). Computational Creativity. *Arbor*, 189 (764)

Mukaidono, M. (2004) Fuzzy Logic for Beginners. World Scientific.

Nguyen, H.T. and Walker, E.A. (2000) A First Course in Fuzzy Logic. Chapman & Hall/CRC.

Phyllis, C. B., Soloway, E., Marx, Joseph, R. W., Krajcik, S., Guzdial, M. and Palincsar, A. (1991) Motivating Project-Based Learning: Sustaining the Doing, Supporting the Learning. *Journal Educational Psychologist* 26 (3-4) pp.369-398

Sangalli, A. (1998) The Importance of Being Fuzzy And Other Insights From the Border Between Maths and Computers. Princeton University Press.

Trillas, E. (1994) Fundamentos e Introducción a la ingeniería 'fuzzy'. Omron Electronics.

Trillas, E. (1980) Conjuntos borrosos. Ed. Vicens Vives.

Trillas, E. (2017) On the Logos: A naïve view on fuzzy logic and ordinary reasoning. Springer.

Trillas, E. (2018) El desafío de la creatividad. Eds. Universidad de Santiago de Compostela.

Trillas, E., Alsina, C. y Terricabras, J.M. (1995) Introducción a la lógica borrosa. Ariel.

Trillas E. y Eciolaza, L. (2015) Fuzzy Logic: An Introductory Course for Engineering Students. Springer.

Trillas, E. y Gutiérrez Ríos, J. (1995) Aplicaciones de la lógica borrosa. Ediciones del CSIC.

Trillas E. y Vila, A. (1979) Espacios. Ed. Vicens-Vives.

Ummah, S.K., In'am A. and Azmi, R. D. (2019) Creating Manipulatives: Improving Students' Creativity through Project-Based Learning *Journal on Mathematics Education*, 10(1) pp.93-102.