REFLEXIONES ACERCA DE LAS MATRICES DE INCIDENCIA Y LA RECUPERACIÓN DE EFECTOS OLVIDADOS[1]

Angel Gento - Luisa L. Lazzari - Emilio A. M. Machado

En el presente trabajo los autores en función de sus experiencias en la aplicación de la metodología de recuperación de efectos olvidados a diferentes problemas de gestión, presentan algunas reflexiones sobre su utilización. En particular sobre la pertinencia de la misma, sobre los efectos de orden mayor que dos, acerca de la incidencia del tiempo si se considera un proceso dinámico y otras observaciones. Además definen estabilidad estricta y no estricta de una matriz de incidencia.

1. LAS MATRICES DE INCIDENCIA Y LA RECUPERACIÓN DE EFECTOS OLVIDADOS

El análisis del concepto de incidencia surge a partir de los problemas que plantean las relaciones de causa a efecto.

El concepto de incidencia se halla asociado a la idea de efectos de los elementos de un conjunto sobre los elementos de otro conjunto, o de los elementos de un conjunto sobre sí mismos. Por ejemplo, que este invierno sea bastante frío y seco tendrá una incidencia favorable sobre la venta de calefactores y de ropa de lana, pero desfavorable sobre la venta de paraguas e impermeables; que además nieve en el sur de la Argentina tendrá un efecto favorable para el turismo en las zonas de esquí, pero algo desfavorable para el turismo en las zonas de playa. Podemos observar en estos sencillos

[1] Este trabajo fue presentado en el VI Congreso de SIGEF, Morelia, Michoacán, México, noviembre de 1999. Trabajo desarrollado en el marco del Proyecto UBACyT TE22.

y conocidos ejemplos que la noción de incidencia no es nítida, por lo general es subjetiva y difícilmente mensurable.

La relación de incidencia así considerada puede expresarse mediante una matriz y para poder incluir todos los posibles grados de incidencia se consideran matrices borrosas, a los efectos de introducir una valuación matizada entre cero y uno, incluyendo todos los valores pertenecientes al intervalo [0 , 1]. Cuando sólo se utiliza una matriz de incidencia, el análisis corresponde a una incidencia de primer orden.

Consideremos la incidencia de los elementos de un conjunto A sobre los de otro B y la incidencia de los elementos del conjunto B sobre los de un tercer conjunto C. Ahora bien, si realizamos la composición max-min, es posible obtener las incidencias de segundo orden, es decir aquellas que constituyen las incidencias de los elementos de A sobre los de C por medio de B, es decir que se obtiene de este modo una matriz de incidencias de orden dos. Podrían seguirse considerando otros conjuntos para encontrar incidencias de orden mayor a dos.

El concepto de incidencia, que como dicen Kaufmann y Gil Aluja[2] (1989), se encuentra en todas las acciones de los seres humanos y es una noción muy simple, merece ser analizada con cierto detenimiento, porque por ser tan natural se olvida con frecuencia tenerla en consideración al reflexionar, ya que es prácticamente automática en el pensamiento. Las incidencias, continúan los

[2] Kaufmann A. y Gil Aluja, J.: *Modelos para la investigación de efectos olvidados*, editorial Milladoiro, Santiago de Compostela, 1989.

autores, se propagan en una red de encadenamientos en la cual se omiten muchas etapas y se olvidan conclusiones. Incluso, cuando se trata de un grupo de personas las que plantean las incidencias se producen olvidos y esos olvidos conducen frecuentemente a efectos secundarios desfavorables en relación con las decisiones tomadas. Aparecen, así, los efectos olvidados.

Los efectos olvidados son aquellos mecanismos de causa a efecto que no es posible encontrar a través de la intuición o la experiencia. Generalmente no han sido previstos y considerados cuando se han tomado decisiones, pero se manifiestan más tarde frecuentemente disimulados y en el momento menos oportuno.

Existen procedimientos matemáticos sencillos, a partir de matrices de incidencia, y para los cuales se dispone de software, que hacen posible "la recuperación" de los efectos olvidados. Además, permiten recuperar las incidencias intermedias mediante las cuales se han podido detectar los efectos olvidados o sea descubrir las causas que actúan de intermediarias en los efectos no tenidos en cuenta, que proporcionan valiosa información que puede ser utilizada para modificar o ratificar las valuaciones establecidas en la matriz de incidencias directas planteada al inicio del problema.

Investigar los efectos olvidados (o no tenidos en cuenta) es útil en todos los ámbitos de decisión, en particular en el campo de la gestión y de la economía.

1.1. Primera reflexión

El analizar numerosos problemas de distintas disciplinas utilizando matrices de incidencia, nos muestra que en los casos en que los expertos son conscientes de las posibles incidencias intermedias, la matriz resulta con una mayor coherencia interna con respecto a la base del proceso de recuperación de efectos intermedios, en el cual se considera como hipótesis válida la transitividad en todos los órdenes, resultando entonces como consecuencia "pocos efectos olvidados".

Si se plantea una relación transitiva, como por hipótesis la incidencia es una relación reflexiva, resultará $\Re = \Re^2$, lo que indica que no habrá efectos por recuperar. En efecto, por ser $\Re$ reflexiva se verifica que $\Re \subset \Re^2$ y por ser transitiva $\Re^2 \subset \Re$, por lo tanto $\Re = \Re^2$. Entonces se verifica que $\Re^2 - \Re = N$ (matriz nula).

Ejemplo 1:

$\Re$	a	b	c	d
a	1	.7	.8	.5
b	0	1	.3	0
c	0	.7	1	0
d	.6	1	.9	1

=

$\Re^2$	a	b	c	D
a	1	.7	.8	.5
b	0	1	.3	0
c	0	.7	1	0
d	.6	1	.9	1

Debemos considerar excluido en este caso el experto "poco interesado" que presente una matriz de incidencia con todos sus valores similares.

Ejemplo 2:

a)

$\Re$	a	b	c	d
a	1	.7	.8	.8
b	.7	1	.8	.7
c	.7	.7	1	.8
d	.8	.7	.8	1

$\Re^2$	a	b	c	d
a	1	.7	.8	.8
b	.7	1	.8	.8
c	.8	.7	1	.8
d	.8	.7	.8	1

Luego:

$\Re^2 - \Re$	a	b	c	d
a	0	0	0	0
b	0	0	0	.1
c	.1	0	0	0
d	0	0	0	0

b)

$\Re$	a	b	c	d
a	1	.9	.9	.9
b	.9	1	.8	.8
c	.9	.9	1	.8
d	.8	.9	.8	1

$\Re^2$	a	b	c	d
a	1	.9	.9	.9
b	.9	1	.9	.9
c	.9	.9	1	.9
d	.9	.9	.8	1

Luego:

$\Re^2 - \Re$	a	b	c	d
a	0	0	0	0
b	0	0	.1	.1
c	0	0	0	.1
d	0	0	0	0

c)

$\Re$	a	b	c	d
a	1	.6	.6	.7
b	.6	1	.6	.7
c	.5	.6	1	.6
d	.6	.7	.6	1

$\Re^2$	a	b	c	d
a	1	.7	.6	.7
b	.6	1	.6	.7
c	.6	.6	1	.6
d	.6	.7	.6	1

Luego:

$\Re^2 - \Re$	a	b	c	d
a	0	.1	0	0
b	0	0	0	0
c	.1	0	0	0
d	0	0	0	0

En todos los casos la última matriz indica que no se está en presencia de efectos olvidados.

1.2. Segunda reflexión

Decimos que una matriz de incidencia cuadrada $\Re$: A $\rightarrow$ A posee **estabilidad estricta de orden k**, cuando $\Re^k = \Re^{k-1}$.

Ejemplo 3:

La matriz $\Re$ tiene estabilidad estricta de orden 3.

$\Re$	a	b	c	d
a	1	.7	.6	.4
b	.6	1	.8	1
c	1	.8	1	.7
d	.6	.4	.5	1

$\Re^2$	a	b	c	d
a	1	.7	.7	.7
b	.8	1	.8	1
c	1	.8	1	.8
d	.6	.6	.6	1

$\Re^3$	a	b	c	d
a	1	.7	.7	.7
b	.8	1	.8	1
c	1	.8	1	.8
d	.6	.6	.6	1

Decimos que una matriz de incidencia cuadrada $\Re$: A $\rightarrow$ A posee **estabilidad no estricta de orden k**, cuando $\Re^k \approx \Re^{k-1}$, fijado de acuerdo con un cierto nivel α.

Ejemplo 4:
Las variables básicas de evaluación de la calidad de la enseñanza y su red de incidencias (García, Lazzari, 1998, pp. 3 y 4)

$\Re$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
1	1	.2	.3	.2	.8	.9	.3	.9	.9	.9	.8	.4	.1
2	.8	1	.6	.2	.7	.9	0	.9	.8	.8	.5	.5	0
3	.4	.4	1	.8	.8	0	.2	.7	.6	.1	.9	.9	.2
4	.9	.9	.7	1	1	.8	.6	.6	.9	1	.9	.9	.4
5	.8	.8	0	1	1	.5	0	.1	.8	.6	0	.7	1
6	.9	.9	.8	.9	.9	1	1	1	.8	1	1	1	.6
7	.2	0	.8	.6	.9	.9	1	.8	1	.2	.5	.3	.7
8	.4	0	.3	0	.5	0	.5	1	0	.5	0	0	.3
9	.3	.2	0	0	0	.3	.1	.1	1	0	.2	0	.1
10	.8	.8	.6	.8	.8	.7	.7	.2	0	1	.1	.2	.2
11	.8	.8	.8	.8	.8	.7	.2	.6	0	.9	1	.8	.8
12	.1	0	.3	.2	.4	.3	0	0	0	0	.1	1	.8
13	0	0	0	0	.4	0	.4	0	.5	.5	.2	.6	1

$\Re^2$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
1	1	.9	.8	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.8
2	.9	1	.8	.9	.9	.9	.9	.9	.8	.9	.9	.9	.7
3	.8	.8	1	.8	.8	.8	.6	.7	.8	.9	.9	.9	.8
4	.9	.9	.8	1	1	.9	.8	.9	.9	1	.9	.9	1
5	.9	.9	.7	1	1	.8	.6	.8	.9	1	.9	.9	1
6	.9	.9	.8	.9	.9	1	1	1	1	1	1	1	.9
7	.9	.9	.8	.9	.9	.9	1	.9	1	.9	.9	.9	.9
8	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	1	.5	.5	.5	.5	.5
9	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	1	.3	.3	.3	.3
10	.8	.8	.7	.8	.8	.8	.7	.8	.8	1	.8	.8	.8
11	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.7	.8	.8	.9	1	.8	.8
12	.4	.4	.3	.4	.4	.4	.4	.3	.5	.5	.3	1	.8
13	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.4	.5	.5	.4	.6	1

$\Re^2$-$\Re$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
1	0	.7	.5	.7	.1	0	0.6	0	0	0	.1	.5	.7
2	.1	0	.2	.7	.2	0	.9	0	0	.1	.4	.4	.7
3	.4	.4	0	0	0	.8	.4	0	.2	.8	0	0	.6
4	0	0	.1	0	0	.1	.2	.3	0	0	0	0	.6
5	.1	.1	.7	0	0	.3	.6	.7	.1	.4	.9	.2	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	.2	0	0	0	.3
7	.7	.9	0	.3	0	0	0	.1	0	.7	.4	.6	.2
8	.1	.5	.2	.5	0	.5	0	0	.5	0	.5	.5	.2
9	0	.1	.3	.3	.3	0	.2	.2	0	.3	.1	.3	.2
10	0	0	.1	0	0	.1	0	.6	.8	0	.7	.6	.6
11	0	0	0	0	0	.1	.5	.2	.8	0	0	0	0
12	.3	.4	0	.2	0	.1	.4	.3	.5	.5	.2	0	0
13	.5	.5	.5	.5	.1	.5	.1	.4	0	0	.2	0	0

$\Re^3$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
1	1	.9	.8	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9
2	.9	1	.8	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9	.9
3	.8	.8	1	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.9	.9	.9	.8
4	.9	.9	.8	1	1	.9	.9	.9	.9	1	.9	.9	1
5	.9	.9	.8	1	1	.9	.8	.9	.9	1	.9	.9	1
6	.9	.9	.8	.9	.9	1	1	1	1	1	1	1	.9
7	.9	.9	.8	.9	.9	.9	1	.9	1	.9	.9	.9	.9
8	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	1	.5	.5	.5	.5	.5
9	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	1	.3	.3	.3	.3
10	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	1	.8	.8	.8
11	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.8	.9	1	.8	.8
12	.4	.4	.5	.5	.5	.5	.5	.4	.5	.5	.4	1	.8
13	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.6	1

$\Re^3 - \Re^2$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.2
3	0	0	0	0	0	0	.2	.1	.1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	.1	0	0	0	0	0	0
5	0	0	.1	0	0	.1	.2	.1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	.1	0	0	0	.1	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	.1	0	0	0	0	0	0
12	.1	.1	.2	.1	.1	.1	.1	.1	0	0	.1	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	.1	0	0	.1	0	0

Observamos que la matriz R tiene estabilidad no estricta de orden 3. La estabilidad (estricta o no estricta) de nuestras matrices reflexivas de orden n, definidas en un conjunto A, se ha logrado para un $k \leq n$; No desconocemos el ejemplo de Kaufmann (1982, pág. 128), de una matriz no reflexiva, en el cual no hay convergencia y se genera un proceso cíclico, que a los fines del análisis de efectos olvidados es suficiente.

Un caso particular de estabilidad estricta es aquel en que la matriz $\Re$ es transitiva, ya que como analizamos en la 1ª reflexión resulta $\Re = \Re^2$ y por lo tanto $k = 2$, como puede verse en el ejemplo 1.

1.3. Tercera reflexión

Consideremos el caso de una matriz de incidencia rectangular $M: S \rightarrow T$, sabemos que en el enfoque clásico de recuperación de efectos olvidados se deben definir dos matrices de incidencia cuadradas $A: S \rightarrow S$ y $B: T \rightarrow T$, para componerlas con M del modo siguiente: A o M o B, por ser A y B reflexivas resulta $M \subset AoMoB$ lo que nos permite separar los efectos de segunda generación efectuando la resta algebraica AoMoB - M.

Hemos buscado los efectos de orden superior a dos y la posible estabilidad estricta o no, componiendo nuevamente a izquierda con A y a derecha con B: AoAoMoBoB y así sucesivamente para órdenes superiores.

Ejemplo 5:
A partir de la matriz de incidencia planteada en la matriz del automotor (Kaufmann y Gil Aluja, 1989) hemos desarrollado el siguiente ejemplo:

R	**Estabilidad**	**Seguridad**	**Confort**	**Pres. Soc.**	**Fiabilidad**
Potencia	.2	.7	.4	.1	0
Velocidad	0	.2	.5	1	.6
Suspensión	1	1	1	0	.4
Consumo	0	0	.4	0	.2
Precio	.6	.8	.7	1	.6
Frenos	1	1	.3	0	.8

A	**Potencia**	**Velocidad**	**Suspensión**	**Consumo**	**Precio**	**Frenos**
Potencia	1	.8	.2	.9	.8	.3
Velocidad	.1	1	0	1	.8	.2
Suspensión	.1	0	1	.7	.5	.7
Consumo	0	.1	0	1	.5	.1
Precio	1	.9	.7	.5	1	.6
Frenos	.1	.8	.9	.2	.7	1

B	**Estabilidad**	**Seguridad**	**Confort**	**Pres. Soc.**	**Fiabilidad**
Estabilidad	1	1	.9	.8	.3
Seguridad	.8	1	.8	.9	.8
Confort	.8	.7	1	.9	.8
Pres. Soc.	.7	.8	.9	1	.6
Fiabilidad	.4	.8	.8	.7	1

AoR	Estabilidad	Seguridad	Confort	Pres. Soc.	Fiabilidad
Potencia	.6	.8	.7	.8	.6
Velocidad	.6	.8	.7	1	.6
Suspensión	1	1	1	.5	.7
Consumo	.5	.5	.5	.5	.5
Precio	.7	.8	.7	1	.6
Frenos	1	1	.9	.8	.8

AoRoB	Estabilidad	Seguridad	Confort	Pres. Soc.	Fiabilidad
Potencia	.8	.8	.8	.8	.8
Velocidad	.8	.8	.9	1	.8
Suspensión	.1	1	1	.9	.8
Consumo	.5	.5	.5	.5	.5
Precio	.8	.8	.9	1	.8
Frenos	1	1	.9	.9	.8

AoRoB-R	Estabilidad	Seguridad	Confort	Pres. Soc.	Fiabilidad
Potencia	.6	.1	.4	.7	.8
Velocidad	.8	.6	.4	0	.2
Suspensión	0	0	0	.9	.4
Consumo	.5	.5	.1	.5	.3
Precio	.2	0	.2	0	.2
Frenos	0	0	.6	.9	0

Ao(AoRoB)	Estabilidad	Seguridad	Confort	Pres. Soc.	Fiabilidad
Potencia	.8	.8	.8	.8	.8
Velocidad	.8	.8	.9	1	.8
Suspensión	1	1	1	.9	.8
Consumo	.5	.5	.5	.5	.5
Precio	.8	.8	.9	1	.8
Frenos	1	1	.9	.9	.8

Ao(AoRoB)oB	Estabilidad	Seguridad	Confort	Pres. Soc.	Fiabilidad
Poptencia	.8	.8	.8	.8	.8
Velocidad	.8	.8	.9	1	.8
Suspensión	1	1	1	.9	.8
Consumo	.5	.5	.5	.5	.5
Precio	.8	.8	.9	1	.8
Frenos	1	1	.9	.9	.8

Ao(AoRoB)oB-R	Estabilidad	Seguridad	Confort	Pres. Soc.	Fiabilidad
Poptencia	.6	.1	.4	.7	.8
Velocidad	.8	.6	.4	0	.2
Suspensión	0	0	0	.9	.4
Consumo	.5	.5	.1	.5	.3
Precio	.2	0	.2	0	.2
Frenos	0	0	.6	.9	0

Ao(AoRoB)oB-AoRoB	Estabilidad	Seguridad	Confort	Pres. Soc.	Fiabilidad
Poptencia	0	0	0	0	0
Velocidad	0	0	0	0	0
Suspensión	0	0	0	0	0
Consumo	0	0	0	0	0
Precio	0	0	0	0	0
Frenos	0	0	0	0	0

1.4. Cuarta reflexión

Estudio dinámico de los efectos olvidados.

Hasta ahora, el análisis de los efectos olvidados se ha realizado sin tener en cuenta la incidencia del tiempo en los procesos considerados o bien suponiendo un corte sincrónico del proceso. Es interesante observar que los efectos de segunda generación, y en general los de orden superior a uno, no siempre son simultáneos, en gran cantidad de casos dependen del instante considerado, lo que resulta de suma importancia al momento de tomar decisiones, en particular en la asignación de recursos en acciones tendientes a lograr los efectos deseados (es decir, los que figuran en la matriz de incidencia directa $\mathfrak{R}$). En numerosos casos la reacción de los factores frente a la acción de cada uno de ellos no es inmediata, sino que se produce al cabo de un cierto intervalo de tiempo, por ejemplo, al evaluar la incidencia de la publicidad en la venta de un artículo deberá tenerse en cuenta la diferencia en lo inmediato, al tiempo de reacción del mercado y en el momento posterior al mismo. Esta situación puede haber sido considerada en la matriz original y es un problema de decisión al construir la misma y no modifica el análisis aquí planteado.

La evolución actual de los sistemas es tan rápida que es factible considerar el caso en que la influencia de los elementos de un conjunto sobre los de otro, o sobre los mismos elementos, dependa del tiempo, y por lo tanto, al realizar las sucesivas composiciones se estará en instantes de tiempo diferentes.

Una forma de considerar el tiempo es definiendo matrices diferentes, por ejemplo tres, que contengan las incidencias a corto, medio y largo plazo y tratarlas como en el caso clásico.

2. CONCLUSIÓN

El análisis y los comentarios expuestos sobre la conocida metodología de efectos olvidados nos llevan en la hipótesis de una adecuada definición de la matriz original a aceptar la existencia de una pronta estabilidad estricta y no estricta con lo que resulta rápido y fácil realizar ajustes en la matriz R.

Deberemos tener en cuenta, además, en muchos procesos que la incidencia entre factores puede estar afectada de una inercia o de un necesario tiempo de reacción luego de la acción inicial que debe ser considerada al definir la matriz R para distintos horizontes temporales. Aquí cabe también la observación de la posible no uniformidad de los tiempos de reacción. Este es un problema que requiere un tratamiento particular.

Finalmente, creemos que este aporte servirá de ayuda en el planteo de matrices de incidencia y en la aplicación de la importante y útil metodología de recuperación de efectos olvidados.

3. BIBLIOGRAFÍA

[1] Kaufmann, A. (1982): *Introducción a la teoría de los subconjuntos borrosos*, CECSA, México.

[2] Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1987): *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*, Hispano Europea, Barcelona.

[3] Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1989): *Modelos para la investigación de efectos olvidados*, Editorial Milladoiro, Santiago de Compostela.

[4] García, P., Lazzari, L. y Machado, E. (1998): "Una propuesta fuzzy para definir indicadores de pobreza", en *Proceedings of SIGEF'98 Congress*, *Uncertainty Logics: Applications in Economics and Management*, Lausanne, Switzerland.

[5] García, P. y Lazzari, L. (1998): "La evaluación de la calidad en la universidad", en *Proceedings of SIGEF'98 Congress, Uncertainty Logics: Applications in Economics and Management*, Lausanne, Switzerland, PP. 1-12.

[6] Lazzari, L., Machado, E. y Slemenson, P. (1996): "Análisis borroso de la inestabilidad contextual y sus efectos sobre la capacidad de pensar y planificar", en *Anales III Congreso de la Sociedad Internacional de Gestión y Economía Fuzzy*, volumen I. Buenos Aires.