

# **ANÁLISIS DEL COSTE FINANCIERO DE LOS PRÉSTAMOS PARTICIPATIVOS DESDE LA ÓPTICA DE LA LÓGICA BORROSA**

Leonardo Cazorla, Manuel López Godoy y Tomás Lorenzana

---

En este trabajo aplicamos algunos desarrollos de la Teoría de los Subconjuntos Borrosos (TSB) al análisis del coste financiero de los préstamos participativos (PP). Este tipo de préstamos son ofrecidos por instituciones financieras especializadas con la finalidad de reducir las restricciones financieras de las pequeñas y medianas empresas (PYME), que limitan el desarrollo de su actividad. Sin embargo, en la práctica el nivel de utilización de este tipo de préstamos es, hasta el momento, bastante reducido, como consecuencia, fundamentalmente, del alto grado de incertidumbre que incorpora la determinación *apriorística* de su coste efectivo. Esta incertidumbre puede tratarse mediante la lógica borrosa, lo que permite obtener una mayor información para la toma de decisiones.

**Palabras clave:** Préstamo participativo, coste financiero, incertidumbre.

---

## **1. INTRODUCCIÓN**

El préstamo participativo (PP) es un instrumento financiero de enorme utilidad para la financiación, especialmente, de la pequeña y mediana empresa (PYME), si bien su aplicación práctica encierra

una gran carga de incertidumbre para las partes intervinientes. Creemos que esta es la principal causa que motiva el desinterés por el mismo y, en consecuencia, su escasa implementación en la PYME española.

Uno de los instrumentos novedosos para el tratamiento de la incertidumbre en el campo financiero es el constituido por los planteamientos y desarrollos de la lógica borrosa. En el trabajo pretendemos la aplicación de tal metodología en la toma de decisiones relativa a los contratos de PP con el objeto de reducir parte de la gran incertidumbre que incorporan.

Para ello delimitaremos las principales características y contingencias relativas al contrato de PP y si éstas pueden o no convertirse en fuentes de incertidumbre. De todas ellas, en este trabajo nos centraremos en aquellas que afectan a la determinación de las cuotas de interés del PP, las cuales pueden determinarse a través de una serie de procedimientos alternativos que expondremos sintéticamente.

Cuando se realizan valoraciones *a priori* de contratos de PP, tanto la rentabilidad del prestamista como el coste financiero para el prestatario dependen, fundamentalmente, de la evolución de la actividad empresarial de este último. Tradicionalmente, viene recurriéndose a la estadística para determinar la probabilidad de que tales rentabilidades o costes tomen uno u otro valor, en tal caso, esperados. En el trabajo mantenemos que este tratamiento del problema, si bien es altamente operativo, no es realista en el sentido

de que utiliza series históricas de datos que casi siempre son insuficientes, o de los que incluso no puede disponerse, para realizar previsiones. La utilización de la lógica borrosa pretende aliviar estos inconvenientes y ser útil a los efectos de reducción de la incertidumbre que supone la realización de las referidas valoraciones *apriorísticas* de los contratos de PP. Por ello, plantaremos las diferentes opciones para determinar las cuotas de interés del contrato de PP siguiendo una metodología *fuzzy*, lo que nos permitirá conocer su valor en términos de números borrosos (NB). A continuación realizaremos una aplicación consistente en seleccionar la opción de cálculo de la cuota de interés más interesante para el prestatario, para lo que será necesario presentar algunos de los métodos de ordenación de NB válidos a tales efectos. Por último, presentaremos las principales conclusiones del trabajo.

## **2. DEFINICIÓN DEL INSTRUMENTO Y DELIMITACIÓN DE LAS FUENTES DE INCERTIDUMBRE**

La normativa aplicable a los PP aparece recogida en: i) el artículo 20 del Real Decreto Ley 7/1996, de 7 de junio, sobre medidas urgentes de carácter fiscal y de fomento a la liberalización de la actividad económica; y ii) la disposición segunda de la Ley 10/1996, de 18 de diciembre, sobre medidas fiscales urgentes sobre corrección de la doble imposición interna intersocietaria, y sobre incentivos a la internacionalización a la empresa. En la primera de las normas —art. 20 del RDL 7/1996— se establecen las características generales que definen a este instrumento financiero:

- La entidad prestamista percibirá un tramo variable que se determinará en función de la evolución de la actividad de la

empresa prestataria. El criterio para determinar dicha evolución podrá ser el beneficio neto, el volumen de negocio, el patrimonio total o cualquier otro que libremente acuerden las partes contratantes. Además, se podrá acordar un interés mínimo con independencia de la evolución de la actividad.

- Las partes contratantes podrán acordar una cláusula penalizadora para el caso de amortización anticipada o reembolso parcial. En cualquier caso, el prestatario sólo podrá amortizar anticipadamente el PP si dicha amortización se compensa con una ampliación de igual cuantía de sus fondos propios, y siempre que ésta no provenga de la actualización de activos.
- Los PP se situarán después de los acreedores comunes en orden de prelación de créditos.
- Los PP tendrán la consideración de fondos propios a efectos de la legislación mercantil. Este último rasgo fue modificado por la Ley 10/1996 que, en su disposición final segunda, rectificaba la asimilación de los PP a fondos propios. En la actualidad, los PP son considerados recursos ajenos, pudiendo asimilarse a patrimonio contable sólo en aquellos casos de reducción de capital y/o liquidaciones de sociedades previstas en la legislación mercantil.

Siguiendo a (Cazorla y López Godoy, 2000), en el caso de los PP, las principales fuentes de incertidumbre tienen su origen en: i) la normativa legal aplicable, ii) las características definitorias del préstamo (carácter participativo, cláusula de cancelación anticipada y naturaleza subordinada) y iii) los conflictos de intereses existentes

entre prestamista y prestatario derivados de posibles comportamientos oportunistas de los últimos, estando las causas i) y ii) altamente relacionadas. En la tabla 1 hemos sintetizado las principales contingencias en torno a los contratos de PP sobre la base de las fuentes de incertidumbre señaladas.

En cualquier operación financiera de préstamo, la variable fundamental es la determinación del tipo de interés de aplicación. En los PP, como se ha descrito anteriormente, existen diferentes fuentes de incertidumbre que elevan considerablemente el riesgo de estas operaciones en comparación con las de préstamo ordinario, incrementándose en consecuencia su coste financiero. En este trabajo centramos nuestro análisis en aquellas variables determinantes de la cuota de interés, magnitud ésta esencial para el cálculo de su coste efectivo, dejando de lado otros conceptos de coste financiero que le afectan, como comisiones y otros gastos.

Para la consecución de este fin es preciso aclarar algunos conceptos relativos a la definición de dicha cuota de interés. En los contratos de PP, la cuota de interés se compone de un tramo mínimo y un tramo participativo. Denominaremos tramo mínimo a aquel que se corresponde con el tipo de interés que la legislación (Ley 7/1996) denomina *tipo de interés fijo*. Por otra parte, el que llamaremos tramo participativo será aquel que legalmente se denomina *tipo de interés variable*. Este cambio de denominación se justifica dado que el tramo mínimo se puede contratar a un tipo fijo (por ejemplo, un tanto por ciento sobre el saldo vivo de préstamo) o bien referenciar a un tipo variable (por ejemplo, el 60% del EURIBOR a 3 meses sobre

el saldo vivo del préstamo). La legislación permite incluso que las partes negocien un tipo fijo nulo.

Respecto al tramo participativo, éste puede determinarse mediante dos métodos alternativos. Puede consistir, bien en la aplicación de un *tipo de interés participativo* (un tipo de interés variable determinado a partir de magnitudes representativas de la evolución de la actividad empresarial) sobre el saldo vivo del préstamo. O bien puede consistir en el cálculo de una *cuota participativa*, es decir, la aplicación de un porcentaje sobre el valor que tome alguna magnitud empresarial, o una combinación de ellas, expresada en valores absolutos. En todos los casos, independientemente de la metodología empleada, la cuota resultante es de naturaleza variable, es decir desconocida en el momento de contratación de la operación de PP, lo que reduce su atractivo. Con la aplicación de los desarrollos de la TSB pretendemos reducir la incertidumbre en torno a su conocimiento.

Sintetizando, distinguimos la tipología de PP en función de la metodología empleada para la determinación de la cuota de interés total de cada periodo recogida en la tabla 2. Hemos denotado como (1), (2), (3) y (4) los tipos de PP y su correspondiente cuota de interés a calcular utilizando números borrosos triangulares (NBT) para la estimación de las diferentes magnitudes de futuro (tipos de referencia del mercado, magnitudes empresariales de referencia e indicativas de la evolución de su actividad, etc.). Los supuestos (5) y (6) son tipificables como los casos (1) y (3) anteriores, respectivamente, cuando la cuota de interés del tramo mínimo es

nula, por lo que no los desarrollaremos. En todos los casos supondremos que el capital inicial del préstamo participativo es un dato cierto. En cuanto al plazo y la amortización del préstamo, nos basaremos en el contrato de préstamo participativo de Luzaro Entidad de Financiación S.A.<sup>1</sup>, según el cual son préstamos que se conceden a largo plazo, pactándose una amortización única y total al vencimiento (si bien el prestatario está obligado a constituir un fondo, cuyo destino es la amortización del préstamo, a través de dotaciones anuales, siempre que obtenga beneficios, de forma tal que el montante que dicho fondo alcance en cada ejercicio equivalga a la enésima parte del préstamo concedido multiplicado por el número de ejercicios transcurridos desde su formalización).

### **3. CÁLCULO DE LA CUOTA DE INTERÉS DE CADA PERIODO CUANDO LAS MAGNITUDES DE REFERENCIA SE ESTIMAN A TRAVÉS DE NBT**

*Caso (1): Interés del tramo mínimo fijo e interés del tramo participativo determinado a través de un tipo de interés*

Si el interés del tramo mínimo es fijo, acordado entre prestamista y prestatario y por lo tanto conocido desde el inicio de la operación de préstamo, estamos ante un dato cierto. Denotaremos por  $i_{m,s}$ , ( $s = 1, 2, \dots, n$ ) a tal tipo de interés para el periodo  $s$ . Si se contrata la determinación del interés del tramo participativo a través de un tipo de interés, éste viene calculándose de un año ( $s-1$ ) para el siguiente ( $s$ ) en función del valor que se estima tome determinada

---

<sup>1</sup> Luzaro Entidad de Financiación S.A. y ENISA son las principales Sociedades de PP del estado español.

magnitud empresarial de referencia expresada, normalmente, en términos relativos.

A partir de la estimación de los valores de la variable de referencia  $\tilde{V}_s$  como un NB con función de pertenencia  $\tilde{V}_s = \{x / \mu_{\tilde{V}_s}(x)\}$ , para el que obtener su expresión en forma de  $\alpha$ -cortes es inmediato si se corresponde, como hemos indicado, a un NBT:

$$V_s(\alpha) = \{[V_{s1}(\alpha), V_{s2}(\alpha)] / 0 \leq \alpha \leq 1\}$$

La expresión relativa de dicha magnitud será otro NB,  $\tilde{r}_s = \frac{\tilde{V}_s - \tilde{V}_{s-1}}{\tilde{V}_{s-1}}$ ,

que puede *aproximarse* a un NBT, es decir, el NB en estudio puede tomarse como un NBT con los mismos soporte y núcleo o máximo de presunción, cuando la distancia de  $v_1$  y  $v_3$  a  $v_2$  no es excesivamente grande, pues de lo contrario el resultado perdería significación, y que es caracterizable, asimismo, por su función de pertenencia  $\mu_{\tilde{r}_s}(x)$  como  $\mu_{\tilde{r}_s}(x) = \mu_{\frac{\tilde{V}_s - \tilde{V}_{s-1}}{\tilde{V}_s}}(x)$ .

A partir de los  $\alpha$ -cortes de  $\tilde{V}_s$  y  $\tilde{V}_{s-1}$ ,  $V_{s-1}(\alpha) = \{[V_{s-11}(\alpha), V_{s-12}(\alpha)] / 0 \leq \alpha \leq 1\}$ , se obtienen los  $\alpha$ -cortes de  $\tilde{r}_s$ :

$$r_s(\alpha) = \left\{ [r_{s1}(\alpha), r_{s2}(\alpha)] = \left[ \frac{V_{s1}(\alpha) - V_{s-12}(\alpha)}{V_{s-12}(\alpha)}, \frac{V_{s2}(\alpha) - V_{s-11}(\alpha)}{V_{s-11}(\alpha)} \right] / 0 \leq \alpha \leq 1 \right\}$$

En consecuencia, el tipo de interés del tramo participativo a aplicar durante el periodo  $s$  será el NB  $\tilde{t}_{p,s} = \tilde{t}_{p,s-1}(1 + \tilde{r}_s)$ , que se *aproxima* a

un NBT y que se caracteriza como  $\tilde{i}_{p,s} = \{x/\mu_{\tilde{i}_{p,s}}(x)\}$ , con función de pertenencia  $\mu_{\tilde{i}_{p,s}}(x) = \mu_{\tilde{i}_{p-1,s}(1+\tilde{r}_s)}(x)$ , que operando en términos de  $\alpha$ -cortes resulta en la expresión:

$$i_{p,s}(\alpha) = \{[i_{p,s1}(\alpha), i_{p,s2}(\alpha)] = [i_{p,s-11}(\alpha)(1+r_{s1}(\alpha)), i_{p,s-12}(\alpha)(1+r_{s2}(\alpha))]/0 \leq \alpha \leq 1\}$$

El tipo de interés total del periodo  $s$  surge de agregar los dos tipos anteriores,  $\tilde{i}_s = i_{m,s} + \tilde{i}_{p,s} = \{x/\mu_{\tilde{i}_s}(x)\}$ , con  $\mu_{\tilde{i}_s}(x) = \mu_{i_{m,s} + \tilde{i}_{p,s}}(x)$ , que a través de sus  $\alpha$ -cortes se expresa como:

$$i_s(\alpha) = \{[i_{s1}(\alpha), i_{s2}(\alpha)] = [i_{m,s} + i_{p,s1}(\alpha), i_{m,s} + i_{p,s2}(\alpha)]/0 \leq \alpha \leq 1\}$$

Por último, la cuota de interés del periodo  $s$  se obtiene de la aplicación del tipo al saldo vivo del préstamo al comienzo del mismo,  $\tilde{I}_s = \tilde{i}_s C_{s-1}$ , con función de pertenencia  $\mu_{\tilde{I}_s}(x) = \mu_{\tilde{i}_s C_{s-1}}(x)$ , expresado por sus  $\alpha$ -cortes es:

$$I_s(\alpha) = \{[I_{s1}(\alpha), I_{s2}(\alpha)] = [i_{s1}(\alpha)C_{s-1}, i_{s2}(\alpha)C_{s-1}]/0 \leq \alpha \leq 1\}$$

Las operaciones suma de un NB y un escalar y producto de un NB por un escalar no desvirtúan la naturaleza asumida triangular del NB de partida  $\tilde{i}_s$ .

*Caso (2): Interés del tramo mínimo variable e interés del tramo participativo determinado como un tipo de interés*

Si el interés del tramo mínimo se hace variable por referenciarse a la evolución de un índice de mercado cuyos futuros valores se conocen únicamente en términos previsionales, es decir, son inciertos, es representable mediante el NBT  $\tilde{i}_{m,s}$  que resulta de la referencia de

mercado  $\tilde{M}_s$ , estimada previamente a través de un NBT, más una cuantía  $k$  que comprenda el margen y el redondeo y que, por no complicar excesivamente la formulación del modelo, consideraremos constante para toda la duración de la operación. Así pues,  $\tilde{i}_{m,s} = \tilde{M}_s + k$ , con funciones de pertenencia,  $\tilde{i}_{m,s} = \{x/\mu_{\tilde{i}_{m,s}}(x)\}$  y  $\tilde{M}_s = \{x/\mu_{\tilde{M}_s}(x)\}$ , con  $\mu_{\tilde{i}_{m,s}}(x) = \mu_{\tilde{M}_s+k}(x)$ , que expresando en términos de  $\alpha$ -cortes resulta:

$$i_{m,s}(\alpha) = \{[i_{m,s1}(\alpha), i_{m,s2}(\alpha)] = [M_{s1}(\alpha) + k, M_{s2}(\alpha) + k]/0 \leq \alpha \leq 1\}$$

pues:  $M_s(\alpha) = \{[M_{s1}(\alpha), M_{s2}(\alpha)]/0 \leq \alpha \leq 1\}$ .

En cuanto al tramo de interés participativo cabe decir que estamos en idéntica situación a la del caso (1), por lo que lo representaremos con la notación conocida,  $\tilde{i}_{p,s} = \tilde{i}_{p,s-1}(1 + \tilde{r}_s)$ , siendo igualmente las reflejadas en el caso (1) su función de pertenencia y su expresión en forma de  $\alpha$ -cortes.

Dado que el tipo de interés del periodo  $s$  se obtiene a partir de los tramos mínimo y participativo anteriores, tendremos  $\tilde{i}_s = \tilde{i}_{m,s} + \tilde{i}_{p,s} = \{x/\mu_{\tilde{i}_s}(x)\}$ , con  $\mu_{\tilde{i}_s}(x) = \mu_{\tilde{i}_{m,s} + \tilde{i}_{p,s}}(x)$ , que a través de sus  $\alpha$ -cortes queda expresado:

$$i_s(\alpha) = \{[i_{s1}(\alpha), i_{s2}(\alpha)] = [i_{m,s1}(\alpha) + i_{p,s1}(\alpha), i_{m,s2}(\alpha) + i_{p,s2}(\alpha)]/0 \leq \alpha \leq 1\}$$

Como en el caso anterior, la cuota de interés del periodo  $s$  se obtiene de la aplicación del tipo al saldo vivo del préstamo al comienzo del

mismo,  $\tilde{T}_s = \tilde{i}_s C_{s-1}$ , con función de pertenencia  $\mu_{\tilde{T}_s}(x) = \mu_{\tilde{i}_s C_{s-1}}(x)$ , que en forma de  $\alpha$ -cortes es:

$$I_s(\alpha) = \{ [I_{s1}(\alpha), I_{s2}(\alpha)] = [i_{s1}(\alpha)C_{s-1}, i_{s2}(\alpha)C_{s-1}] / 0 \leq \alpha \leq 1 \}$$

*Caso (3): Interés del tramo mínimo fijo e interés del tramo participativo determinado como una cuota*

Como en el caso (1), nos encontramos ante un tipo de interés del tramo mínimo fijo conocido desde el inicio de la operación de préstamo, por lo que estamos ante un dato cierto. Adoptamos la notación conocida,  $i_{m,s}$  ( $s = 1, 2, \dots, n$ ). Si el interés del tramo participativo se determina como una cuota, ésta se obtendrá por producto de algún tipo unitario y el valor tomado por la variable de referencia en cada periodo de préstamo, que será conocido únicamente en términos previsionales, es decir,  $\tilde{T}_{p,s} = q_s \tilde{V}_s$ , siendo  $\tilde{T}_{p,s}$  el importe de la cuota participativa del periodo  $s$ ,  $q_s$  una magnitud expresada en términos unitarios que represente la evolución del saldo vivo del préstamo participativo<sup>2</sup> que pondera a la variable de referencia,  $\tilde{V}_s$ , conocida únicamente en términos previsionales.

---

<sup>2</sup> (García, *et al.* 1999) proponen una relación del tipo  $q_s = \frac{C_{s-1}}{F_{s-1}}$ , siendo  $C_{s-1}$  el saldo vivo del préstamo y  $F_{s-1}$  el montante de fondos propios al comienzo del periodo  $s$ . Las anteriores magnitudes pueden preverse como ciertas: la primera por cuanto la amortización del principal puede pactarse sin vincularse a la marcha de la empresa prestataria, la segunda por cuanto es una magnitud rígida en cuanto a variabilidad.

La función de pertenencia del tramo participativo será  $\mu_{\tilde{I}_{p,s}}(x) = \mu_{q_s \tilde{V}_s}(x)$ , que operando en términos de  $\alpha$ -cortes resulta en la expresión:

$$I_{p,s}(\alpha) = \{ [I_{p,s1}(\alpha), I_{p,s2}(\alpha)] = [q_s V_{s1}(\alpha), q_s V_{s2}(\alpha)] / 0 \leq \alpha \leq 1 \}$$

dado que  $V_s(\alpha) = \{ [V_{s1}(\alpha), V_{s2}(\alpha)] / 0 \leq \alpha \leq 1 \}$ .

Siendo la cuota de interés total  $\tilde{I}_s = I_{m,s} + \tilde{I}_{p,s}$ , donde hemos denotado  $I_{m,s}$  a la cuota del tramo mínimo,  $I_{m,s} = i_{m,s} C_{s-1}$ , con función de pertenencia  $\mu_{\tilde{I}_s}(x) = \mu_{I_{m,s} + \tilde{I}_{p,s}}(x)$  y de  $\alpha$ -cortes:

$$I_s(\alpha) = \{ [I_{s1}(\alpha), I_{s2}(\alpha)] = [I_{m,s} + I_{p,s1}(\alpha), I_{m,s} + I_{p,s2}(\alpha)] \}$$

*Caso (4): Interés del tramo mínimo variable e interés del tramo participativo determinado como una cuota*

Este último caso es combinación de los casos (2) y (3) anteriores:

$\tilde{I}_{m,s} = \tilde{M}_s + k$ ,  $\tilde{I}_{p,s} = q_s \tilde{V}_s$ , con funciones de pertenencia y expresiones en forma de  $\alpha$ -cortes conocidas.

Denotando ahora la cuota de interés del tramo mínimo  $I_{m,s}$  como  $\tilde{I}_{m,s} = \tilde{i}_{m,s} C_{s-1}$ , la cuota de interés del periodo  $s$  será  $\tilde{I}_s = \tilde{I}_{m,s} + \tilde{I}_{p,s}$ , con función de pertenencia  $\mu_{\tilde{I}_s}(x) = \mu_{\tilde{I}_{m,s} + \tilde{I}_{p,s}}(x)$ , siendo:

$$I_{m,s}(\alpha) = \{ [I_{m,s1}(\alpha), I_{m,s2}(\alpha)] = [i_{m,s1}(\alpha) C_{s-1}, i_{m,s2}(\alpha) C_{s-1}] / 0 \leq \alpha \leq 1 \}$$

$$I_{p,s}(\alpha) = \{ [I_{p,s1}(\alpha), I_{p,s2}(\alpha)] = [q_s V_{s1}(\alpha), q_s V_{s2}(\alpha)] / 0 \leq \alpha \leq 1 \}$$

$$I_s(\alpha) = \{ [I_{s1}(\alpha), I_{s2}(\alpha)] = [I_{m,s1}(\alpha) + I_{p,s1}(\alpha), I_{m,s2}(\alpha) + I_{p,s2}(\alpha)] / 0 \leq \alpha \leq 1 \}$$

#### 4. APLICACIÓN

Supongamos que prestamista y prestatario se plantean la firma de un contrato de PP con las siguientes características comunes a los supuestos anteriores:

Montante del préstamo: 250.000 .

Duración de la operación: 5 años.<sup>3</sup>

Amortización única al vencimiento.

Variable de referencia de la actividad del prestatario: volumen de negocio.

En cada caso incorporaremos las características propias de cada uno de ellos.

##### 4.1. Cálculo de las cuotas de interés y de su valor actualizado

*Caso (1)*: Tramo mínimo fijo a un tipo del 3% y tramo participativo determinado mediante un tipo de interés siendo el valor de la variable de referencia en el instante 0 ( $V_0$ ) de 600.000 mientras que en el instante 1 ( $\tilde{V}_1$ ) se estima que tomará valores en  $[610.000, 624.000]$  con un máximo de presunción de 618.000 , variando acumulativamente en los periodos siguientes de la forma  $\tilde{V}_{s+1} = \tilde{V}_s (1,03)^s$  .

*Caso (2)*: Tramo mínimo variable en función de la estimación a través de NBT de los valores que tomará un índice de mercado, por

---

<sup>3</sup> Venimos insistiendo en que el contrato de PP de referencia (Luzaro Sociedad de Financiación S.A.) es a 10 años. El deseo de no presentar unos resultados excesivos en número, que desvíen nuestra atención del principal objetivo del trabajo, nos llevan a proponer una duración de la operación de 5 años.

ejemplo, media del EURIBOR a 90 días del mes anterior a su puesta en práctica, menos un 1,5 sin redondeo. Tramo participativo determinado con el método y valores del caso (1) anterior.

*Caso (3):* Tramo mínimo fijo a un tipo del 3%. Tramo participativo determinado a través de una cuota siendo su importe para el periodo  $s$ , el producto de  $q_s = 0,012$  por la variable de referencia anterior  $\tilde{V}_s$ .<sup>4</sup>

*Caso (4):* Tramo mínimo determinado según el método y valores del caso (2). Tramo participativo determinado según el método y valores del caso (3).

Los resultados del proceso se recogen, para cada uno de los cuatro casos anteriores, en forma de NBT *aproximados* en la tabla 3. En ella se comprueba que el abanico de posibilidades de resultado es más o menos amplio en función del número de variables determinadas como NB que se introduzcan en el modelo.

En cualquiera de los cuatro casos anteriores interesará conocer aquel método de cálculo de las cuotas de interés de cada periodo que suponga un menor o un mayor valor actual de las mismas. Por razones de espacio, no nos extenderemos en explicaciones relativas

---

<sup>4</sup> Preferimos no complicar en exceso la simulación por lo que supondremos que la magnitud  $q_s$  que pondera la relación expuesta en el apartado anterior entre el saldo vivo del préstamo y el montante de fondos propios se mantiene constante para toda la duración de la operación.

al cálculo de valores actuales de estimaciones realizadas a través de NB. Remitimos al lector interesado a (Buckley, 1987 y 1992) y (Terceño, *et al.* 1997(a) y 1997(b)) entre otros. En la tabla 4 presentamos los resultados de la actualización de las cuotas de interés futuras como NB aproximados a NBT.

#### **4.2. Ordenación de NB**

En relación al párrafo anterior, cabe pensar que el prestatario tratará de elegir aquel procedimiento para el cálculo de las cuotas de interés del PP que resulte en un menor valor actual de las cuotas futuras mientras que el prestamista tratará de imponerle el método que ofrezca como resultado un mayor valor actual de las cuotas de interés de cada periodo. Es sabido que los resultados obtenidos (valor actual de las cuotas de interés), al venir expresados mediante NB, no son comparables inicialmente. La solución a este inconveniente pasa por el establecimiento de algún método de ordenación de NB, entendiendo por ordenación la transformación de una serie de NB en números reales a través de la generación de un índice adecuado, proceso también conocido como *desfuzzificación* de NB, y su jerarquización, lo que posibilita el establecimiento de una relación de orden total entre todos los NB.

Existen muchos y muy diferentes métodos de ordenación de NB. Los más extendidos en la literatura borrosa pueden consultarse en (Freeling, 1980; McCahon y Lee, 1990 y Kitainik, 1993). Una serie de ellos permite la participación del decisor en cuanto a su resolución, la cual viene articulándose a través del nivel de presunción  $\alpha$  al que se desea realizar la ordenación, mientras que

otros no lo hacen. Obviamente, nos interesan los primeros pues en nuestro proceso de decisión la intervención de las partes es básica hasta la firma del contrato de PP. Entre estos métodos se encuentran los métodos de (Yager, 1978, 1980 y 1981; Adamo, 1980; Campos y González, 1989), y el método de (Kaufmann y Gil Aluja, 1987), basado, este último, en el concepto de distancia.

Muy sintéticamente, pues que no es el objeto principal de este trabajo, presentamos la formulación y realizamos unos comentarios adicionales sobre los métodos de ordenación de NB referidos. Como hemos indicado, nos situaremos exclusivamente en la posición del prestatario. Incluir la del prestamista supone razonar desde la óptica contraria para tratar de determinar el mayor de los NB en estudio y los cuatro métodos anteriores servirían a los efectos. A continuación, estableceremos un procedimiento de evaluación de los métodos de ordenación de NB.

*Método de Yager (1978, 1980, y 1981)*

Este método determina el valor medio del NB  $C_j(\alpha), Y_j^{\alpha^*}$ , como:

$$Y_j^{\alpha^*} = \int_{\alpha^*}^1 \frac{C_{j1}(\alpha) + C_{j2}(\alpha)}{2} d\alpha$$

siendo  $\alpha$  y  $\alpha^* \in [0,1]$  el nivel de presunción al cual el inversor desea realizar la ordenación de los NB en estudio. El resultado de la ordenación es que a menor índice, menor es el NB, por lo tanto, menor es la cuota de interés total actualizada del PP en estudio.

*Método de Adamo (1980)*

Basado en el concepto de  $\alpha$ -corte, el autor propone el siguiente índice para transformar un NB en uno real:

$$A_j^{\alpha^*} = \max \{x / \mu_{C_j}(x) \geq \alpha^*\}$$

En cualquier caso,  $\alpha^*$  es un valor elegido por el inversor. El menor resultado indica un puesto inferior en la ordenación.

*Método de Campos y González (1989)*

Este índice recurre a una función de ordenación definida como:

$$C_P^\lambda(C_j(\alpha)) = \int_{\alpha^*}^1 (\lambda C_{j2}(\alpha) + (1-\lambda)C_{j1}(\alpha)) dP(\alpha / \alpha \geq \alpha^*)$$

donde  $\alpha^* \in [0,1]$ ,  $P(\alpha)$  es una distribución de probabilidad de  $\alpha$  y  $\lambda$  es un índice que representa el grado de optimismo / pesimismo del inversor.  $\alpha^*$ ,  $P(\alpha)$  y  $\lambda$  son determinados por el decisor. Cuando  $\alpha$  se distribuye uniformemente y  $\lambda = 0,5$  lleva a los mismos resultados que el método de Yager. Cuanto menor es el valor del índice, menor es el NB inicial.

*Método de Kaufmann y Gil Aluja (1987)*

Estos autores articulan un procedimiento para la ordenación de NB basado en la idea de distancia, concretamente la distancia de Hamming. Si nos situamos en la posición del prestatario, habremos de definir el límite inferior de un número  $m$  de NB tomando, para todo nivel de presunción  $\alpha$ , el menor de los extremos tanto inferiores (tramos ascendentes de las funciones de pertenencia) como superiores (tramos descendentes) de los NB a ordenar.

$$\text{Límite inferior: } \left( \underset{j=1}{\overset{m}{\wedge}} \right) C_j(\alpha) = \left[ \left( \underset{j=1}{\overset{m}{\wedge}} \right) C_{j1}(\alpha), \left( \underset{j=1}{\overset{m}{\wedge}} \right) C_{j2}(\alpha) \right]$$

A continuación se calculan las distancias de Hamming de cada uno de los NB al límite que actúa de referencia:

$$d\left(C_j(\alpha), \bigwedge_{j=1}^m C_j(\alpha)\right) = \left|C_{j1}(\alpha) - \bigwedge_{j=1}^m C_{j1}(\alpha)\right| + \left|C_{j2}(\alpha) - \bigwedge_{j=1}^m C_{j2}(\alpha)\right|$$

Siendo el menor NB el de menor distancia al límite inferior de la serie.

*Procedimiento de evaluación de los métodos de ordenación de NB*

(Zhu y Lee, 1992) evalúan los métodos de ordenación de NB basándose en el grado de cumplimiento de seis criterios genéricos, si bien especifican que la elección del método depende del problema que pretenda abordarse. Los seis criterios son:

1. Complejidad: un método es tanto mejor cuanto menor es el número de operaciones que requiere su resolución.
2. Facilidad de interpretación: el mejor método es el de más simple interpretación.
3. Consistencia con la intuición humana: un método es mejor cuanto más se corresponda con la forma de pensar y razonar de los humanos.
4. Solidez: un método con capacidad para distinguir los mayores NB de los menores con el menor número de igualdades será más sólido que otro método que no lo consiga.
5. Flexibilidad: un método es mejor que otro si proporciona más de un índice o si permite la participación del decisor.
6. Transitividad: un método que cumple tal propiedad, es decir, que lleva a conclusiones consistentes, es mejor que otro que no lo hace.

(Yuan, 1991) establece que las cualidades más importantes que un método de ordenación de NB tiene que satisfacer son: expresión borrosa de la relación de preferencia, poder de discriminación, racionalidad y robustez, asimilables a los criterios de complejidad, solidez, consistencia con la intuición humana y transitividad de Zhu y Lee respectivamente.

De los cuatro métodos desarrollados, los menos complejos son el de Adamo y el de Yager, pues requieren menos operaciones que los métodos de Kaufmann y Gil Aluja y de Campos y González. Las conclusiones son similares respecto a los criterios relativos a la facilidad de interpretación y a la consistencia con la intuición. Los cuatro métodos presentados, como se ha especificado, permiten la participación del decisor por lo que todos ellos pueden considerarse flexibles. Igualmente, al transformar cada NB en un número real, los cuatro métodos cumplen con la propiedad de transitividad permitiendo el establecimiento de una relación de orden total entre los NB.

### **4.3. Selección de la mejor opción de determinación de la cuota de interés para el prestatario**

La aplicación de estos cuatro métodos sobre los resultados de la tabla 4 son, a un nivel de presunción  $\alpha = 0$ , los recogidos en la tabla 5, lo que permite la ordenación de las opciones de cálculo de la cuota de interés total de menor a mayor valor actualizado según se indica.<sup>5</sup>

De los resultados obtenidos puede comprobarse que los métodos de Yager y de Kaufmann y Gil Aluja son los únicos que proporcionan la misma ordenación y llevarían por tanto a la misma decisión. El caso (1) es el que ocupa la primera posición en el ranking en el mayor número de ocasiones, por lo que podemos pensar que es el más conveniente para el prestatario. La decisión no está tan clara en cuanto al resto de casos: el (4) ocupa dos veces la segunda posición y dos la tercera, por lo que será preferible al (2) que también ocupa dos veces la segunda posición, una la tercera y otra la cuarta. No obstante, quitando en esta última ocasión, los casos (2) y (4) proporcionan resultados muy similares. El caso (3) ocupa una vez el primer puesto en el ranking, si bien por un estrecho margen. Sin embargo, en el resto de ocasiones se sitúa en último lugar, por lo que podemos pensar que es el menos conveniente para el prestatario. Cabe comentar que hemos propuesto un nivel de ponderación  $\lambda = 0,7$  para el índice de Campos y González, lo que es indicativo de que el prestatario es en buena medida pesimista y cree

---

<sup>5</sup> Dado que, como hemos indicado, adoptaremos la posición del prestatario, para el caso del método de Kaufmann y Gil Aluja hemos calculado la distancia de cada NBT al mínimo obtenido a partir de todos ellos.

que los valores de las cuotas de interés de cada año se situarán más cerca de los extremos superiores que de los inferiores de cada cuota para cada nivel de presunción  $\alpha$ .

Si deseáramos realizar la ordenación de los resultados a un nivel de presunción superior al 0, por ejemplo al nivel  $\alpha = 0,4$ , lo que indicaría cierto grado de propensión al riesgo del decisor, los resultados se aproximarían siendo, junto con la jerarquización de los casos, los recogidos en la tabla 6. A tal nivel son los métodos de Campos y González y de Kaufmann y Gil Aluja los que proporcionan la misma ordenación, si bien el método de Yager no lo hace por una diferencia mínima entre los casos (2) y (4). Con respecto a los resultados obtenidos para  $\alpha = 0$ , cabe constatar que el caso (1) es el que se traduce en un menor valor actual de las cuotas de interés del PP, pues su primer puesto se verifica, en esta ocasión, por la aplicación de los cuatro métodos. Las posiciones segunda y tercera en los rankings se intercambian para los casos (2) y (4), como sucedía en el análisis al nivel  $\alpha = 0$ . Igualmente, el caso (3) es el que peores resultados ofrece al prestatario en el mayor número de ocasiones.

## 5. CONCLUSIONES

La utilización de la TSB por prestamista y prestatario para la toma de decisiones relativas a PP supone un esfuerzo adicional, tanto en la estimación de los valores de las diferentes variables intervinientes en el proceso, como en la realización de los cálculos, si bien la existencia de herramientas informáticas facilita su realización. Igualmente, el planteamiento del problema y la lectura e interpretación de los resultados precisan de un cambio en la actitud

de los analistas intervinientes. Así, frente al clásico *resultado único* el tratamiento de la cuestión desde la perspectiva de la lógica borrosa, presenta un rango de posibilidades de resultado a diferentes niveles de presunción que puede estudiarse en detalle.

No obstante, creemos que los inconvenientes comentados son superados por las ventajas que ofrece considerar el problema decisional en un entorno de incertidumbre con la metodología presentada. En este sentido, consideramos que la utilización de la lógica borrosa amplía el grado de información disponible por prestamista y prestatario para la toma de sus decisiones respectivas de inversión y financiación. Las ventajas más importantes, desde del punto de vista del prestamista, son:

1. Información más completa, tanto sobre las posibilidades de rentabilidad de la operación de préstamo a lo largo de su duración, como sobre las posibilidades de que los ingresos procedentes del cobro de una cuota de interés, sean inferiores a ciertas cantidades consideradas como mínimas para que la operación sea aceptable.
2. Establecimiento de cláusulas en el contrato, gracias al mayor nivel de información, que:
  - Permita cubrir errores en la estimación en relación con el comportamiento de las variables de referencia. Cláusulas éstas que de no incluirse, incrementarían el riesgo de que la rentabilidad final se situase por debajo de un umbral mínimo aceptable por el prestamista.
  - Posibilite el *blindaje* de la operación, negociando el establecimiento de cuotas mínimas y máximas de interés total.

El establecimiento de este tipo de cláusulas reduce el riesgo que asume el prestamista, al tiempo que puede hacerle más atractiva la operación al prestatario. También podría reducir los deseos de éste de ocultar al prestamista la evolución real de la variable de referencia, evitando, por tanto, posibles comportamientos oportunistas y conflictos de agencia, dando una mayor seguridad a la operación.

3. Elaboración más precisa y fiable de sus propios planes y presupuestos financieros al disponer de información más completa sobre las posibilidades de obtener una determinada cuota de interés total.
4. Conocimiento de aquella alternativa para la determinación de las cuotas de interés del PP que suponga un mayor valor actual de las mismas a diferentes niveles de presunción.

Desde el punto de vista del prestatario muchas de sus ventajas discurren en paralelo con las del prestamista:

1. Información más completa, tanto sobre las posibilidades de coste financiero de la operación de préstamo a lo largo de su duración, como sobre las posibilidades de que los gastos financieros derivados del pago de una cuota de interés, sean superiores a ciertas cantidades consideradas como máximas para que la operación sea aceptable.
2. Facilita la negociación de condiciones y cláusulas del contrato de préstamo al disponer de mayor grado de información.
3. Mayor información para la realización de sus proyecciones financieras.

4. Conocimiento previo de aquella opción para la determinación de las cuotas de interés del PP que suponga el menor valor actual de las mismas a diferentes niveles de presunción.

## 6. REFERENCIAS

- [1] Adamo, J.M., (1980), "Fuzzy decision trees", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 4, pp. 207-219.
- [2] Buckley, J.J., (1987), "The fuzzy mathematics of finance", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 21, pp. 57-73.
- [3] Buckley, J.J., (1992), "Solving fuzzy equations in economics and finance", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 48, pp. 289-296.
- [4] Campos, L.M., González, A., (1989), "A subjective approach for ranking fuzzy numbers". *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 29, pp. 145-153.
- [5] Cazorla, L., López Godoy, M., (2000), "Los conflictos de intereses y las relaciones de agencia generados por los contratos de préstamos participativos en la pequeña y mediana empresa", *Actualidad Financiera*, No. 9/2000, pp. 19-34.
- [6] Freeling, A.N.S., (1980), "Fuzzy sets and decision analysis". *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 10, 341-354.
- [7] García, J., Cáceres, R.M., Maroto, O., (1999), "Préstamos participativos: análisis financiero", *Actualidad Financiera*, No. Monográfico 4/1999, pp. 3-17.
- [8] Kaufmann, A., Gil Aluja, J., (1987), *Técnicas Operativas de Gestión para el Tratamiento de la Incertidumbre*, Madrid, Hispano Europea

- [9] Kitainik, L., (1993), *Fuzzy Decision Procedures with Binary Relations. Towards a Unified Theory*, Norwell, Kluwer Academic Publishers.
- [10] Luzaro Entidad de Financiación S.A., (1994), *Los préstamos participativos*, Bilbao.
- [11] McCahon, C.S., Lee, E.S., (1990), "Computing fuzzy numbers: the proportion of the optimum method", *International Journal of Approximate Reasoning*, No. 4, 159-163.
- [12] Terceño, A., Barberà, G., de Andrés, J., (1997(a)), "Análisis y selección de préstamos en condiciones de incertidumbre". *Actas del IV Congreso de SIGEF*, Santiago de Cuba, 17-19, nov., 1997.
- [13] Terceño, A., Márquez, N., Belvis, C., (1997(b)), "Un estudio sobre las aproximaciones a las expresiones financieras inciertas". *Actas del IV Congreso de SIGEF*, Santiago de Cuba, 17-19, nov., 1997.
- [14] Yager, R.R., (1978), "Ranking fuzzy subsets over the unit interval", *Proceedings of the 1978 CDC*.
- [15] Yager, R.R., (1980), "On choosing between fuzzy subsets", *Kybernetes*, No. 9, pp. 151-154.
- [16] Yager, R.R., (1981), "A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval", *Information Science*, No. 24, pp. 143-161.
- [17] Zhu, Q., Lee, E.S., (1991), "Comparison and ranking of fuzzy numbers", en *Fuzzy Regression Analysis* (ed. por Kacprzyk, J., Fedrizzi, M.), Warsaw, Omnitech Press Warsaw and Physica-Verlag Heidelberg.

---

**TABLAS****Tabla 1. Contingencias en la aplicación del PP**

---

A. Legislación vaga y excesivamente flexible (*)
B. Conflictos de intereses y problemas de agencia prestamista – prestatario
I. Características definatorias del PP
1. Interés variable. Referenciado a la evolución en la actividad prestatario(*)
2. Cláusula de cancelación anticipada(*)
3. Subordinado en la prelación del exigible(*)
4. Carácter de recursos ajenos
II. Comportamiento oportunista del prestatario (información asimétrica)
1. Emisión de deuda de igual o mayor prioridad en la prelación(*)
2. Distribución inesperada de dividendos(*)
3. Decisiones de inversión subóptimas
a. Rechazo de inversiones rentables(*)
b. Aceptación de inversiones arriesgadas

---

Fuente: elaboración propia.

(\*) Generan mayores costes de agencia que los préstamos ordinarios, lo que repercute en un mayor coste financiero del PP que desincentiva el recurso a este tipo de producto. El estudio desde la TSB pretende la reducción de tales costes.

**Tabla 2. Tipología de los préstamos participativos en función de la naturaleza de la cuota de interés total**

		Tramo mínimo		
		Sí		NO
		Fijo	Variable	
Tramo participativo	Tipo de interés	(1)	(2)	(5)
	Cuota participativa	(3)	(4)	(6)

Fuente: elaboración propia.



**Tabla 3. NBT aproximados valor de las cuotas de interés de cada año (en )**

Año	Caso (1)	Caso (2)	Caso (3)	Caso (4)
1	[9.166,67; 12.500,00; 15.000,00]	[10.416,67; 14.375,00; 18.125,00]	[14.820,00; 14.916,00; 14.988,00]	[13.570,00; 14.291,00; 15.613,00]
2	[9.195,38; 12.725,00; 15.536,39]	[11007,88; 15.193,75; 19.317,64]	[15.039,60; 15.138,48; 15.212,64]	[14.352,10; 15.107,23; 16.493,89]
3	[9.351,02; 13.195,45; 16.434,61]	[10.572,89; 15.040,77; 19.526,79]	[15.498,76; 15.603,66; 15.682,34]	[14.220,64; 14.948,98; 16.274,53]
4	[9.647,80; 13.955,39; 17.781,67]	[9.971,93; 14.853,08; 19.826,48]	[16.240,46; 16.355,09; 16.441,06]	[14.064,59; 14.752,78; 15.985,88]
5	[10.113,78; 15.079,37; 19.716,05]	[9.405,49; 14.887,29; 20.556,38]	[17.337,47; 17.466,48; 17.563,25]	[14.129,18; 14.774,40; 15.903,58]

**Tabla 4. NBT aproximados valor actual de las cuotas de interés (en )**

Caso	NBT
(1)	[40.025,11; 57.493,71; 72.332,93]
(2)	[43.530,62; 63.602,82; 83.653,40]
(3)	[66.452,87; 67.788,56; 68.583,86]
(4)	[59.395,11; 63.198,55; 69.136,28]



**Tabla 5. Números reales representativos de los NB (en ) y  
ordenación ( $\alpha=0$ )**

Caso	Yager	Ranking	Adamo	Ranking	Campos y		Kaufmann y Gil Aluja	Ranking
					González ( $\lambda=0,7$ )	Ranking		
(1)	56.836,36	1	72.332,93	3	60.067,15	1	596,67	1
(2)	63.597,41	2	83.653,40	4	67.609,69	3	14.118,77	2
(3)	67.653,46	4	68.583,86	1	67.866,56	4	22.020,29	4
(4)	63.732,12	3	69.136,28	2	64.706,24	2	14.388,18	3

**Tabla 6. Números reales representativos de los NB (en ) y  
ordenación ( $\alpha=0,4$ )**

Caso	Yager	Ranking	Adamo	Ranking	Campos y		Kaufmann y Gil Aluja	Ranking
					González ( $\lambda=0,7$ )	Ranking		
(1)	34.259,58	1	66.397,24	1	33.955,30	1	0	1
(2)	38.159,74	3	75.633,17	4	37.918,10	2	9.410,82	2
(3)	40.624,50	4	68.265,74	3	40.589,02	4	22.010,31	4
(4)	38.111,21	2	66.761,19	2	38.142,41	3	14.358,05	3