



## VALUACIÓN Y COBERTURA DE UN *COLLATERALIZED DEBT OBLIGATION* A TRAVÉS DE DOS PERSPECTIVAS: CONVOLUCIÓN Y MODELOS CLÁSICOS QUE SUPONEN NORMALIDAD

Mauro Emmanuel CAÑIBANO

*Banco Ciudad. Sarmiento 630 5° piso. C1005AAH. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. República Argentina.*

[maurocanibano@gmail.com](mailto:maurocanibano@gmail.com)

### Resumen

Recibido: 02/2016

Aceptado: 05/2016

#### Palabras clave

CDO  
Valuación  
Correlación  
Convolución  
VaR

Un "Collateralized Debt Obligation" (CDO) es una cartera que agrupa a un conjunto de instrumentos financieros de deuda (bonos, préstamos, hipotecas. Representa una cartera de bonos, préstamos o hipotecas) y los divide en distintos tramos según su perfil de riesgo y rendimiento. Se presenta el problema de analizar la cobertura del riesgo inherente en el mismo a través del "Value At Risk" (VaR), sabiendo que los componentes del CDO son interdependientes. Se busca hacer una evaluación de riesgo del CDO desde dos perspectivas distintas. La primera, a través de los modelos clásicos aplicados al área de riesgo financiero que tienen sustento teórico en la distribución normal de los riesgos. Dado que existe cuantiosa evidencia empírica que respalda que este supuesto mencionado no se cumple en los mercados reales, la segunda evaluación será lograda a través de una Convolución de variables aleatorias que muestran una evidente dependencia y distribuciones distintas a la normal. Finalmente, con la herramienta VaR se busca demostrar la eficiencia de cada método empleado, analizando la máxima pérdida esperada, con un 99% de confianza, en el período de evaluación, según sea el método utilizado. Se demuestra que, al sustentarse en supuestos que se alejan de la realidad de los mercados, el VaR que resulta de la aplicación de los métodos clásicos que suponen normalidad subestimarán la máxima pérdida posible en el período de evaluación, arrojando un VaR menor al VaR calculado a partir de la Convolución.

Copyright: Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires.

ISSN: 2250-687X - ISSN (En línea): 2250-6861

# COLLATERALIZED DEBT OBLIGATION VALUATION AND HEDGE THROUGH TWO PERSPECTIVES: CONVOLUTION AND CLASSIC MODELS WITH NORMALITY ASSUMPTIONS

Mauro Emmanuel CAÑIBANO

*Facultad de Ciencias Económicas - Universidad de Buenos Aires, Av. Córdoba 2122 - 1120AAQ - Ciudad Autónoma de Buenos Aires, República Argentina.*

maurocanibano@gmail.com

## Abstract

### KEYWORDS

CDO  
Valuation  
Correlation  
Convolution  
VaR

A CDO consists of a portfolio of debt instruments such as bonds, loans and mortgages, which are grouped in different tranches based on risk and return profiles. In this paper, we present the problem of analyzing the risk embedded in a CDO and constructing a proper hedge using VaR and assuming that the components of the CDO are correlated to each other. In order to complete this task two perspectives are used to value the CDO. First of all, classic models which assume normality in the distribution of the risks are used. Since there is much evidence that these assumptions are not satisfied in real markets a second approach involving a Convolution is introduced. This Convolution assumes no normality in the distribution of the risks and incorporates the correlation within the different components of the CDO. Finally, VaR at 99% is used to show the efficiency of each method. As a result of the false normality assumption the VaR based on classic models will underestimate the maximum possible loss, resulting in a VaR lower than the VaR obtained through the Convolution.

Copyright: Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires.

ISSN: 2250-687X - ISSN (En línea): 2250-6861

## INTRODUCCIÓN

El objetivo del presente documento es, asumiendo que existe un CDO en la cartera de valores de la compañía, calcular el VaR para obtener un capital económico que permita lograr una adecuada cobertura a dicha exposición al riesgo.

El VaR es una herramienta estadística empleada para medir el riesgo inherente en un portafolio, que, para una determinada probabilidad y horizonte temporal, indica un determinado monto tal que la probabilidad de que el portafolio no experimente pérdidas mayores a ese monto en el horizonte temporal definido, sea la dada inicialmente.

Un CDO, es una cartera que agrupa a un conjunto de instrumentos financieros de deuda (bonos, préstamos, hipotecas). Representa una cartera de bonos, préstamos o hipotecas y los divide en distintos tramos, compartimientos o *seniority*<sup>1</sup> según su perfil de riesgo y rendimiento. Cada uno de estos tramos otorga al inversor un pago de cupón que está sujeto a los pagos de los activos subyacentes (bonos, préstamos, hipotecas), siendo los tramos de mayor *seniority* los primeros que reciben estos pagos (y en consecuencia son los que reciben un menor impacto en caso de que exista una cesación de pagos en los activos subyacentes). También están estipulados pagos de amortizaciones respetando el mismo esquema de prioridades.

Para lograr cuantificar la exposición al riesgo, principalmente dada por el Riesgo de Mercado, se pretende valorar el CDO bajo dos perspectivas: la primera, a través de modelos clásicos que suponen normalidad en la distribución de los riesgos, siendo esta perspectiva una representación que se aleja, con probada evidencia empírica, de la realidad, y, la segunda través de una Convolución.

Finalmente, con la herramienta VaR se busca demostrar la eficiencia de cada método empleado, analizando la máxima pérdida esperada, con un determinado nivel de confianza y horizonte temporal, según sea el método utilizado.

El cuerpo del trabajo se divide en cinco partes, la primera vinculada al riesgo de mercado, su definición y cobertura, y la segunda relacionada con el marco teórico necesario para el desarrollo del modelo. Luego, la tercera parte desarrolla un modelo de valuación para el CDO mientras que la cuarta hace hincapié en la obtención de la distribución de probabilidad conjunta de los componentes del CDO y sus características. Por último, la quinta parte evalúa las virtudes del uso

---

<sup>1</sup> En el marco de las finanzas el concepto de *seniority* hace referencia a la prioridad u orden a la hora del pago de algún tipo de crédito en caso de existir una cesación de pagos por parte de la parte obligada.

del modelo en términos del VaR y la eficiencia del uso del mismo en lugar de asumir una distribución normal.

- ❖ Primera parte: Riesgo de Mercado: concepto y cobertura
- ❖ Segunda parte: Marco teórico
- ❖ Tercera parte: Construcción del modelo de valuación
- ❖ Cuarta parte: Distribución de probabilidad conjunta del portafolio de tres acciones
- ❖ Quinta parte: Virtudes del uso del modelo

La primer parte, llamada “Riesgo de Mercado: concepto y cobertura”, es una presentación del concepto de Riesgo de Mercado y sus orígenes dentro del mercado financiero. Adicionalmente se analizan las distintas herramientas utilizadas para mitigarlo.

Dentro del marco teórico contenido en el segundo apartado, se presenta una introducción de los conceptos de CDO, VaR y Convolución. Se describirá el funcionamiento de la estructura de un CDO y cómo el VaR y la Convolución pueden transformarse en herramientas de gran utilidad a la hora de cuantificar el riesgo embebido en dicha estructura.

El tercer capítulo contiene el armado del modelo de valuación teniendo en cuenta que no existe información pública de carteras de CDO por parte de los bancos. Ante esta limitación se replica la estructura de riesgo de dicho instrumento a partir de un portafolio de tres acciones con marcada dependencia y con distribuciones no normales.

La cuarta sección, “Distribución de probabilidad conjunta del portafolio de tres acciones”, describe en detalle el uso de la herramienta de la Convolución de variables aleatorias a la hora de valorar una estructura compleja como un CDO. La importancia de esta herramienta radica en que otorga la posibilidad de valorar una estructura cuyos componentes son variables aleatorias interdependientes entre sí, y que no responden necesariamente a una distribución normal.

La quinta parte introduce el concepto de VaR en el modelo con el objetivo de cuantificar el riesgo embebido en la presente exposición. Se analiza en primer lugar cual hubiera sido la situación si se toma como válido el supuesto de distribución normal de los riesgos. Como existe suficiente evidencia empírica acerca del incumplimiento de este supuesto, este modelo es una representación que se aleja de la realidad. En consecuencia, se evalúa el VaR a partir del modelo de valuación planteado sin asumir normalidad para tener una visión más real de la exposición al riesgo experimentada.

## 1. RIESGO DE MERCADO: CONCEPTO Y COBERTURA

Inicialmente el concepto de riesgo puede ser entendido, en su nivel más general, como la volatilidad de resultados inesperados, generalmente en el valor de activos y pasivos de interés para una organización. Dentro de las distintas categorías en que se pueden dividir los riesgos, encontramos los llamados riesgos financieros que son definidos como aquellos vinculados a las pérdidas posibles dentro del marco de los mercados financieros, como por ejemplo, pérdidas ocasionadas por movimientos en la tasa de interés o *default*<sup>2</sup> de obligaciones financieras. El Riesgo de Mercado está comprendido dentro de lo que la literatura financiera denomina riesgos financieros.

*El Riesgo de Mercado es aquel que se genera por el movimiento en el nivel de precios del mercado, es decir, por la volatilidad de los precios del mercado. (Jorion, 2001, pág. 15)*

Dichos movimientos suelen ser impredecibles y bruscos. El Riesgo de Mercado comprende la pérdida de valor del portafolio de una organización debido a cambios en los precios, que pueden ser ocasionados por múltiples factores entre los que se encuentran las variaciones en la tasa de interés, tipo de cambio, entre otros. Es un riesgo que afecta de forma muy directa al valor del portafolio y hoy en día está en el centro de la escena en cuanto a metodologías y normativas de prevención.

En las distintas organizaciones el Riesgo de Mercado es mitigado principalmente a partir del VaR. Una correcta cuantificación del Riesgo de Mercado permite disponer de márgenes de capital suficientes para hacer frente a movimientos inesperados de los precios de mercado.

El presente trabajo de investigación plantea la situación en que un CDO forma parte del portafolio de la organización, y la volatilidad en los precios de mercado afecta al mismo, surgiendo, en consecuencia, la necesidad de cuantificar el Riesgo de Mercado al que se está expuesto y desarrollar una adecuada cobertura del mismo. El camino elegido para lograr dicha cobertura frente a la volatilidad de los precios del mercado que afecta al CDO es a través del VaR.

---

<sup>2</sup> El concepto de *default* hace referencia a la cesación de pagos por parte de la parte obligada.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 “Collateralized Debt Obligation”

Un CDO es una cartera compuesta por un conjunto de instrumentos de deuda como por ejemplo bonos públicos, bonos privados, préstamos bancarios, préstamos hipotecarios, entre otros. El tipo de activos incluidos en el portafolio de un CDO está continuamente expandiéndose. El conjunto de instrumentos de deuda comúnmente son conocidos con el nombre de colateral y los fondos para adquirirlos se obtienen de la emisión obligaciones de deuda bajo el nombre de tramos. Dichos tramos tienen cada uno una determinada calificación crediticia y establecen pagos de interés y amortización a sus tenedores. En general los tramos se dividen según su perfil de riesgo y rendimiento en:

- Tramos Senior
- Tramos Mezzanine
- Tramo Equity

El CDO redistribuye los intereses y amortizaciones obtenidos a partir de los activos subyacentes en los distintos tramos o compartimientos. En otras palabras, el cumplimiento de los pagos de intereses y amortizaciones a los distintos tramos está supeditado al cumplimiento de los pagos de interés y amortizaciones de los activos subyacentes o colateral.

*El principal impacto a la hora de la valuación y la performance de los distintos tramos de un CDO está dado por la probabilidad conjunta de default de los activos subyacentes. (Davis, Lo, 2001, pág. 2)*

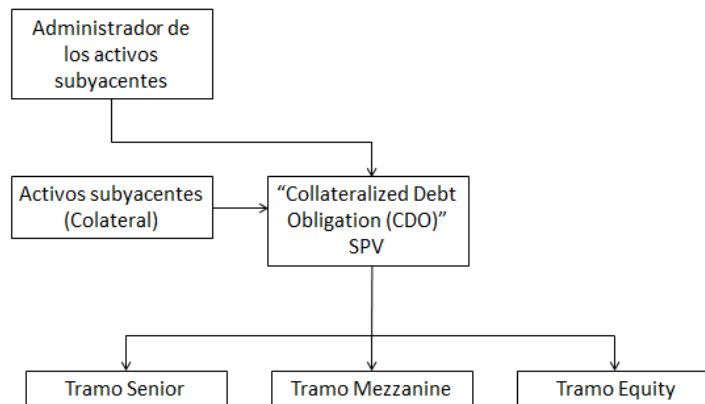
Teniendo en cuenta la afirmación de la cita precedente se considera que existe la posibilidad de una correlación entre los distintos activos subyacentes y por lo tanto la probabilidad de *default* de cada uno de los activos no es necesariamente independiente de la probabilidad de *default* de los demás.

#### 2.1.1 Estructura y funcionamiento

En una estructura de un CDO existe un administrador de los activos quien es responsable de la administración del portafolio de instrumentos de deuda (bonos, préstamos, etc.). Lógicamente existen restricciones en lo que respecta a su accionar que tienen como objetivo mantener la calificación de riesgo asignada al CDO al momento de su emisión.

En lo que respecta a los tramos de un CDO, cada uno de estos tramos va a tener una calificación crediticia, siendo los tramos Senior los que tengan una calificación crediticia de por lo menos A y un cupón garantizado más bajo (expuesto a menos riesgo de *default*), y los tramos Mezzanine una calificación de al menos B y un cupón garantizado más elevado (experimentando un mayor grado de riesgo). Ambos tramos reciben amortización al final del período por lo general. El tramo Equity no recibe calificación crediticia ni tiene cupón y amortizaciones garantizadas, sino que recibe los fondos restantes luego de los pagos a los otros dos tramos (experimenta un mayor riesgo que también puede traducirse en un mayor rendimiento). Además los tramos Senior tienen un mayor nivel de protección que está dado por pruebas que deben ser satisfechas previo a cualquier distribución de interés y amortizaciones entre los demás tramos del CDO. Ilustración gráfica de la estructura de un CDO:

Figura 1. Estructura de un CDO



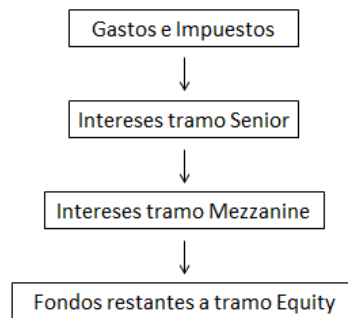
Fuente: Elaboración propia.

Luego de entender la estructura de un CDO es importante considerar la forma en que se distribuyen los fondos, obtenidos a partir de los pagos de interés y amortizaciones de los activos subyacentes, entre los distintos tramos del CDO. Esta distribución de los fondos a través de los distintos tramos del CDO es conocida como cascada o *waterfall*.

*Cuando se reciben los pagos de interés del colateral estos son alocados según un esquema de prioridades preestablecidas en el contrato: primero se pagan los gastos de administración e impuestos y luego reciben los pagos los inversores según su seniority. Primero se le paga al tramo Senior, luego, si hay fondos remanentes al Mezzanine y, por último, los fondos restantes son alocados al tramo Equity. (Goodman, Fabozzi, 2006, pág. 22)*

Un rol importante cumplen las pruebas de *Overcollateralization* e interés que tienen como objetivo verificar que el CDO se está desarrollando según los parámetros de resultados esperados. Si bien no es la intención de este trabajo de investigación entrar en el detalle de este tipo de pruebas es relevante conocer su existencia y saber que cumplen un rol de protección hacia los inversores de los tramos Senior. Gráficamente el esquema de pagos de intereses a los tramos se daría según la siguiente estructura de prioridades:

Figura 2. Esquema de pagos de un CDO



Fuente: Elaboración propia.

Al final del período las amortizaciones de capital se distribuirán con igual estructura de prioridades que los pagos de cupones de interés.

### 2.1.2 Ventajas y desventajas del uso de los CDO

La existencia de los CDO cubre un conjunto de imperfecciones del mercado. En primer lugar, los bancos y ciertas instituciones financieras necesitan cumplir con requerimientos de capital exigidos por las entidades reguladoras del mercado que implican tener grandes cantidades de capital inmovilizado. Existe consenso entre diferentes autores acerca de que esta situación no es económicamente deseable para los bancos e instituciones financieras y por lo tanto encuentran atractiva la posibilidad de vender parte de sus activos para la formación de un CDO y en consecuencia reducir los requerimientos de capital por parte de los entes reguladores del mercado.



*Luego de la securitización<sup>3</sup> de la cartera, el único capital regulatorio que le es requerido a la institución emisora del CDO es aquel que corresponde a los tramos de dicho instrumento que retiene. (Bluhm, 2003, pág. 7)*

En segundo lugar, existen ocasiones en que determinados bonos o préstamos no gozan de un adecuado nivel de liquidez, lo cual provoca una reducción en su valor de mercado. Un CDO resulta una herramienta para poder otorgarle la liquidez a dichos bonos o préstamos que de otra manera no sería posible.

En cuanto a ciertos puntos o desventajas que restringen el uso de los CDO se encuentran la selección adversa, los costos transaccionales y el riesgo moral o *moral hazard*. Con respecto a la selección adversa puede existir una cantidad significativa de información privada acerca de la calidad crediticia de ciertos bonos o préstamos bancarios y un inversor puede estar preocupado por ser engañado al momento de adquirir dichos activos. Esta situación está dada por la existencia de información asimétrica en el mercado. Si bien la selección adversa no puede ser eliminada puede ser mitigada a partir de la concentración de dichos bonos o préstamos, respecto a los cuales el inversor expresa preocupaciones, en tramos de Equity donde el creador del CDO también puede adquirir parte de dicho tramo para generar confianza en los inversores. Por otra parte los costos de transacción resultan más elevados cuando se trata de un solo bono o préstamo en relación a cuando son comercializados dentro de un conjunto de bonos o préstamos formando parte de un CDO. En último lugar, el concepto de “moral hazard” en el marco de un CDO está vinculado al accionar del creador o del administrador del CDO y sus incentivos a colocar activos de mayor calidad crediticia en su propio portafolio y negociar activos para su propio beneficio en lugar de priorizar el beneficio del CDO.

*El concepto de moral hazard puede ser mitigado a partir de la adquisición de parte del Tramo Equity, que es el primero en experimentar pérdidas en caso de un mal desempeño, por parte del creador o administrador del CDO. (Duffie, Garleanu, 2001, pág. 5)*

### 2.1.3 Clasificaciones y tipos

En primer lugar existen dos grandes tipos de CDO, los denominados sintéticos y los no sintéticos. Los primeros reciben esa denominación debido a que el CDO no es propietario legal del conjunto de activos subyacentes de los que absorbe el riesgo económico. Esto es logrado a través de

---

<sup>3</sup> En finanzas, se entiende por securitización (o titulización) a la transformación de activos poco líquidos en valores o títulos negociables. Esto es posible a partir del reagrupamiento de distintos instrumentos de deuda o crédito que sirven como respaldo a la emisión de nuevos títulos o participaciones.

instrumentos derivados, más precisamente de un *swap*<sup>4</sup> de tasa de interés que permite transferir el riesgo económico del colateral pero no su propiedad legal. En cambio, en un CDO no sintético, también conocido como regular o “cash”, la propiedad legal de los activos subyacentes si es adquirida. El presente trabajo de investigación estará focalizado sobre este tipo de CDO.

Cuando el conjunto de activos subyacentes de un CDO está constituido por bonos, el CDO pasa a denominarse “Collateralized Bond Obligation (CBO)”. En cambio, cuando dicho conjunto de activos está conformado por préstamos bancarios la denominación adecuada es “Collateralized Loan Obligation (CLO)”. El presente trabajo de investigación estará abocado al primer tipo.

Por otro lado también se clasifica a los CDO según el objetivo con el cual son creados. Existe la posibilidad de que una entidad constituya un CDO con el objetivo de tener una ganancia a partir de la diferencia entre el rendimiento de los activos subyacentes y los pagos que deben realizarse a los distintos tramos del CDO, en este caso estamos en presencia de lo que se denomina transacción de arbitraje. Por otra parte la constitución de un CDO también puede tener el mero objetivo de remover instrumentos de deuda del balance de la compañía, recibiendo este tipo de operación el nombre de transacción de balance.

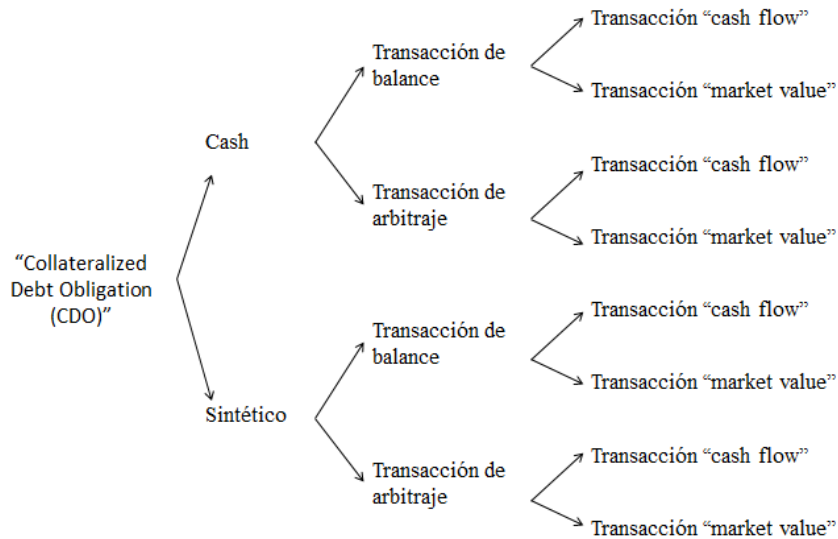
Por último, la siguiente clasificación está dada según cuál es la fuente primaria de ingresos para realizar los pagos a los distintos tramos del CDO. Si la fuente de ingresos para realizar los pagos de interés y amortización a los distintos tramos está constituida por los pagos de interés y amortización recibidos por los activos subyacentes adquiridos la operación se denomina transacción “cash flow”. Si por el contrario, dicha fuente de ingresos está constituida por la cotización y negociación de los activos subyacentes en el mercado secundario estamos en presencia de una transacción “market value”.

Finalmente la clasificación de los CDO puede resumirse a partir del siguiente esquema:

---

<sup>4</sup>En líneas generales un *swap* de tasa de interés hace referencia a un contrato de intercambio de intereses entre dos partes, donde una de las partes paga una tasa fija y otra una variable sobre un nominal que, por lo general, no se intercambia.

Figura 3. Clasificación de los CDO



Fuente: Elaboración propia.

#### 2.1.4 Aproximación a la estructura de riesgo de un "Collateralized Debt Obligation"

Si bien el presente documento hace énfasis en lo que representa la estructura de riesgo de un CDO dentro de la cartera de una organización, en la actualidad no es posible tener acceso a la información de distintas carteras de CDO proporcionada por bancos. Aun así y teniendo en cuenta que dicha información no es de acceso público, es posible replicar la estructura de riesgo embebida en un CDO a partir de una cartera de acciones cuyos componentes no son independientes entre sí y sus distribuciones de probabilidad son diferentes a la distribución normal.

Dicha cartera resulta la mejor aproximación posible, lograda mediante información de acceso público, al pasivo de un CDO, es decir, a los distintos tramos que componen un CDO y que, como se mencionaba en las líneas precedentes, tienen la particularidad de no ser independientes entre sí y sus rendimientos no se distribuyen de manera normal necesariamente.

## 2.2 “Value At Risk (VaR)”

El VaR es una herramienta que forma parte de la administración del riesgo financiero en las organizaciones. Existen distintos tipos de riesgos financieros, algunos de ellos son:

- ❖ Riesgo de mercado
- ❖ Riesgo de crédito
- ❖ Riesgo de liquidez
- ❖ Riesgo operacional

Originalmente el VaR fue creado para mitigar el riesgo de mercado, en respuesta al incremento de la volatilidad en los mercados financieros como se menciona al principio del trabajo de investigación. Por otra parte, el riesgo de crédito es el que se origina por la posibilidad de que la contraparte de una transacción se vea imposibilitada de cumplir con sus obligaciones contractuales y entre en cesación de pagos. Los bonos, préstamos y derivados financieros están expuestos a este tipo de riesgo. En tercer lugar, el riesgo de liquidez está dado por la imposibilidad de obtener los flujos de fondos necesarios para cumplir con pagos y obligaciones en tiempo y forma, lo que puede dar lugar a la liquidación temprana de parte del portafolio. Por último, el riesgo operacional es el que está vinculado a fallas humanas o tecnológicas e incluye situaciones como fraude, mala administración, controles inadecuados, etc.

El factor común que tienen los riesgos financieros es su carácter de ser, en muchas ocasiones, impredecibles y difíciles de mitigar.

*El VaR resume la peor pérdida posible dentro de un determinado horizonte temporal con un nivel de confianza dado. (Jorion, 2001, pág. 22)*

Más precisamente, el VaR es una medida de riesgo que, para una determinada probabilidad y horizonte temporal, indica un determinado monto tal que la probabilidad de que el portafolio no experimente pérdidas mayores a ese monto en el horizonte temporal definido, sea la dada inicialmente. Formalmente, describe un cuantil de la distribución de ganancias y pérdidas proyectadas. Esta herramienta puede ser utilizada para evaluar diferentes tipos de riesgos que van desde riesgo de cambios en la tasa de interés hasta riesgo de tipo de cambio y precios de materias primas, entre otros, y lo que es muy importante, tiene en cuenta la posibilidad de apalancamiento y correlación. Muchas veces el VaR es considerado una extensión de los métodos de valuaciones de carteras de instrumentos financieros y derivados financieros. La principal ventaja del VaR es que resume en una sola medida, simple de entender, el riesgo al que está expuesto una institución debido a las variables financieras del mercado en el que se encuentra. El VaR asume que el

portafolio mantiene su perfil de riesgo constante durante el horizonte temporal en el cual se hace la evaluación.

Por otro lado la volatilidad de un portafolio es una función no lineal de sus componentes. Entonces tener en cuenta el VaR de cada uno de sus componentes, sumarlos y obtener el porcentaje del portafolio que corresponde a cada uno carece de utilidad, ya que ignora los beneficios de la diversificación. Es necesaria una medida que logre una descomposición del riesgo del portafolio entre sus componentes teniendo en cuenta el efecto de la diversificación.

*El Component VaR, para uno de los componentes de un portafolio, es una partición del VaR del portafolio que indica cuánto cambiaría el VaR del portafolio si dicho componente fuera removido. (Jorion, 2001, pág. 160)*

La suma de los Component VaR para cada componente del portafolio debe totalizar al VaR del portafolio. En el presente trabajo de investigación se hará uso de ambas medidas, el VaR y el Component VaR, aprovechando sus virtudes a la hora de cuantificar el riesgo inherente al portafolio que incluye un CDO y a cada uno de sus componentes.

En el marco de las normas de Basilea III<sup>5</sup>, que resume un conjunto de iniciativas y buenas prácticas recomendadas para instituciones bancarias, el VaR cumple un rol muy importante en la determinación de los requerimientos mínimos de capital. Si bien la descripción de esta normativa no es el objeto del presente trabajo de investigación es importante hacer referencia a ella para tener una dimensión de la importancia del VaR en el marco de la administración financiera. Estas buenas prácticas aconsejables bajo la normativa de Basilea III surgen en respuesta a las sucesivas crisis financieras experimentadas a lo largo de los últimos años.

### 2.3 Convolución: concepto y ventajas de su uso

En la actualidad los instrumentos financieros se han vuelto más complejos y sus componentes son sensibles a las tasas de interés, fluctuaciones de mercado, tipo de cambio, entre muchos otros factores. En este sentido, el análisis de estos instrumentos, cuyos componentes se comportan como variables aleatorias, debe realizarse en base a un proceso estocástico y la técnica de Convolución se ha vuelto una herramienta de gran relevancia para llevar a cabo dichos análisis. Su potencia y versatilidad para poder tomar en consideración los distintos tipos de factores que pueden afectar a los componentes del proceso estocástico son sus mayores virtudes.

---

<sup>5</sup> Elaborada por el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea en 2010 y revisada en 2011, dicha normativa está disponible en la web del Bank for International Settlements ([www.bis.org](http://www.bis.org)).

La Convolución es una técnica ampliamente utilizada en el análisis probabilístico de diferentes sistemas con comportamiento aleatorio que combina conceptos estadísticos con la potencia de cálculo que tienen las computadoras para brindar soluciones aproximadas de distintos modelos matemáticos que involucran variables con comportamiento aleatorio. La relevancia de esta herramienta radica en que hace posible obtener, a partir de las funciones de probabilidad marginales de un número  $n$  de variables aleatorias que conforman un portafolio, la función de probabilidad conjunta de la suma de dichas variables.

La Convolución puede llevarse a cabo mediante funciones de probabilidad o funciones de distribución de las variables aleatorias intervinientes de manera indistinta. Si bien pueden convolucionarse un número  $n$  de variables aleatorias la Convolución siempre se lleva a cabo de a pares, es decir, entre dos funciones de probabilidad. Luego de obtenida dicha función de probabilidad conjunta para el primer par de variables aleatorias se convoluciona la función obtenida recientemente con la tercer variable aleatoria y así sucesivamente hasta incluir las  $n$  variables aleatorias. La fórmula de cálculo con funciones de probabilidad para variables discretizadas es la siguiente:

$$f_s(s) = \sum_{\forall y \leq s} f_x(s - y) f_y(y) \quad (1)$$

En el presente trabajo de investigación se pretende hacer uso de la herramienta de Convolución con el objeto de evaluar el comportamiento de un CDO. Más precisamente, a partir de la herramienta de Convolución se busca determinar la función de distribución de probabilidad conjunta de las acciones que conforman la aproximación al CDO planteada, y que presentan correlación entre ellas.

#### 2.4 Objeto de Estudio y Rol del Actuario

Se ha introducido el concepto de CDO y cómo funciona su estructura. Por otro lado se ha hecho mención a herramientas estadísticas, VaR, y a la herramienta de la Convolución, que nos serán útiles a lo largo del presente trabajo de investigación que puede ser utilizado como punto de partida para la valuación de una cartera que contiene un CDO.

Comprendiendo las incumbencias del actuario el análisis de riesgos, es la persona idónea para llevar a cabo una evaluación del riesgo contenido en una cartera de instrumentos de deuda tales como la de un CDO. En base a las herramientas estadísticas y de Convolución antes mencionadas es competencia del actuario determinar la más adecuada metodología de valuación de los riesgos interdependientes comprendidos en dicha cartera y establecer una adecuada cobertura respecto de los mismos.

### 3. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO DE VALUACIÓN

De acuerdo a lo mencionado se planteará un modelo de valuación a partir de una cartera de tres acciones que representarán los distintos tramos de un CDO. El rendimiento diario de dichas acciones resultará una variable aleatoria de interés y se observará su distribución de probabilidad a partir de los precios al cierre de 180 días. Posteriormente se analizará la relación existente entre las tres acciones, es decir, la presencia de correlación a tener en cuenta en el presente modelo.

#### 3.1 Relevamiento de información histórica

En línea con lo mencionado en las líneas precedentes se replicará el CDO a partir de un portafolio de tres acciones que representarán el pasivo del mismo, es decir, los distintos tramos. Las acciones elegidas son las siguientes:

- Ford Motor Co. (F)
- General Motors Company (GM)
- JPMorgan Chase & Co. (JPM)

Se obtendrán sus precios históricos al cierre durante 180 días a través de la web de Yahoo Finance<sup>6</sup> y a partir de los mismos se calculará el rendimiento diario en cada caso. Las tres acciones que cotizan en el New York Stock Exchange (NYSE)<sup>7</sup> fueron elegidas específicamente para trabajar con un caso que reporte correlación entre sus componentes, ya que Ford Motor Co. (F) y General Motors Company (GM) pertenecen a la misma industria (fabricantes de autos y autopartes). En las líneas siguientes se observa un extracto de la información obtenida para Ford Motor Co. (F):

---

<sup>6</sup><http://finance.yahoo.com/stock-center/>

<sup>7</sup> New York Stock Exchange, NYSE por sus siglas en inglés se refiere a la bolsa de Nueva York.

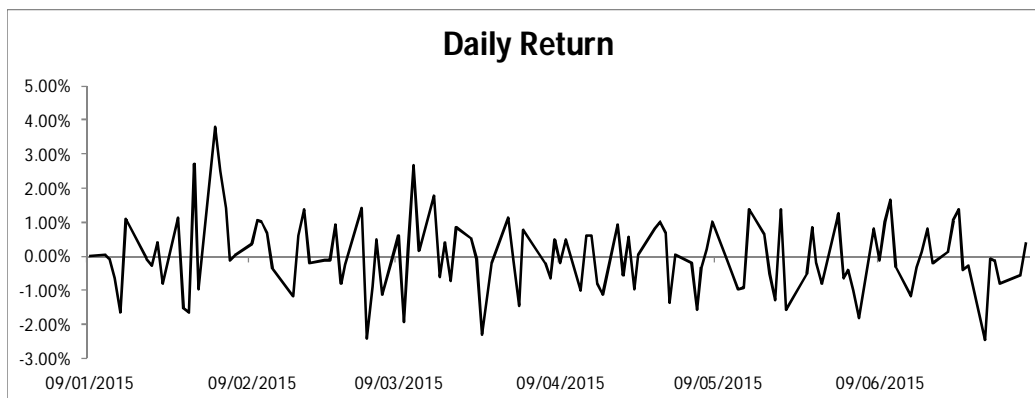
Cuadro 1. Serie de precios histórica Ford.

Date	Open	High	Low	Close	Volume	Adj Close	Daily Return
07/07/2015	14.77	14.90	14.52	14.85	27,193,600	14.85	0.41%
06/07/2015	14.75	14.90	14.70	14.79	22,536,400	14.79	-0.54%
02/07/2015	15.01	15.08	14.81	14.87	18,317,700	14.87	-0.80%
01/07/2015	15.14	15.17	14.80	14.99	31,686,800	14.99	-0.13%
30/06/2015	15.17	15.18	14.90	15.01	28,488,300	15.01	-0.07%
29/06/2015	15.23	15.30	14.92	15.02	37,772,100	15.02	-2.47%
26/06/2015	15.43	15.49	15.35	15.40	19,962,600	15.40	-0.26%
25/06/2015	15.52	15.56	15.39	15.44	23,921,800	15.44	-0.39%
24/06/2015	15.50	15.66	15.42	15.50	35,355,200	15.50	1.37%
23/06/2015	15.23	15.41	15.22	15.29	21,032,800	15.29	1.06%
22/06/2015	15.14	15.25	15.10	15.13	18,691,900	15.13	0.13%
19/06/2015	15.09	15.25	15.06	15.11	23,638,200	15.11	-0.20%
18/06/2015	15.03	15.24	15.00	15.14	21,352,000	15.14	0.80%
17/06/2015	15.01	15.08	14.86	15.02	25,796,300	15.02	0.13%
16/06/2015	15.01	15.04	14.93	15.00	23,258,300	15.00	-0.33%
15/06/2015	15.06	15.11	14.97	15.05	23,633,300	15.05	-1.18%
12/06/2015	15.20	15.35	15.18	15.23	19,817,600	15.23	-0.33%
11/06/2015	15.11	15.35	15.08	15.28	26,983,300	15.28	1.66%
10/06/2015	15.01	15.08	14.95	15.03	20,944,400	15.03	1.01%
09/06/2015	14.92	15.01	14.84	14.88	20,273,400	14.88	-0.13%
08/06/2015	14.83	15.01	14.80	14.90	29,996,700	14.90	0.81%
05/06/2015	15.02	15.02	14.78	14.78	44,584,900	14.78	-1.79%
04/06/2015	15.13	15.17	15.01	15.05	22,844,100	15.05	-0.99%
03/06/2015	15.29	15.32	15.12	15.20	24,257,500	15.20	-0.39%
02/06/2015	15.44	15.50	15.21	15.26	34,922,600	15.26	-0.65%
01/06/2015	15.33	15.45	15.19	15.36	25,873,200	15.36	1.25%
29/05/2015	15.31	15.40	15.16	15.17	18,975,300	15.17	-0.78%

Fuente: <http://finance.yahoo.com/stock-center/>

Extractos de la serie de precios históricos (que va desde el 09/01/2015 al 07/07/2015) para las dos acciones remanentes pueden encontrarse en el Anexo I (el que se encuentra en el siguiente link: [https://drive.google.com/open?id=0B5cgN\\_mjBw4XNk90UW1QTmpCUzQ](https://drive.google.com/open?id=0B5cgN_mjBw4XNk90UW1QTmpCUzQ)) al igual que los rendimientos diarios correspondientes. En el siguiente gráfico se observan los rendimientos de Ford Motor Co. (F) a lo largo del período de observación:

Figura 4. Rendimientos diarios Ford.





Fuente: <http://finance.yahoo.com/stock-center/>

Adicionalmente se tiene en cuenta la calificación crediticia (S&P<sup>8</sup>) de cada una de ellas siendo las de Ford Motor Co. (F) y General Motors Company (GM) BBB- y la de JPMorgan Chase & Co. (JPM) A-. Según S&P un instrumento con calificación BBB- exhibe una adecuada protección al riesgo, sin embargo, condiciones económicas adversas o cambios bruscos en el contexto económico podrían dar lugar a una debilitada capacidad de cumplimiento por parte de la parte obligada, en cambio, una calificación de A- aun tendría una fuerte capacidad de cumplimiento de sus compromisos en dichas circunstancias.

### 3.2 Distribuciones de probabilidad

Una vez obtenida la información de los precios diarios históricos para el período de estudio es necesario calcular los rendimientos diarios a partir los mismos ya que ésta será nuestra variable de interés. El rendimiento diario se comporta como una variable aleatoria y a partir de una muestra de 180 días se calculará una distribución de probabilidad para cada acción en el portafolio. Esto se logrará dividiendo la muestra en 31 intervalos y estableciendo una distribución de frecuencias para los mismos como se ilustra en la siguiente imagen que corresponde nuevamente a Ford Motor Co. (F):

Cuadro 2. Distribución de frecuencias para los rendimientos diarios de Ford.

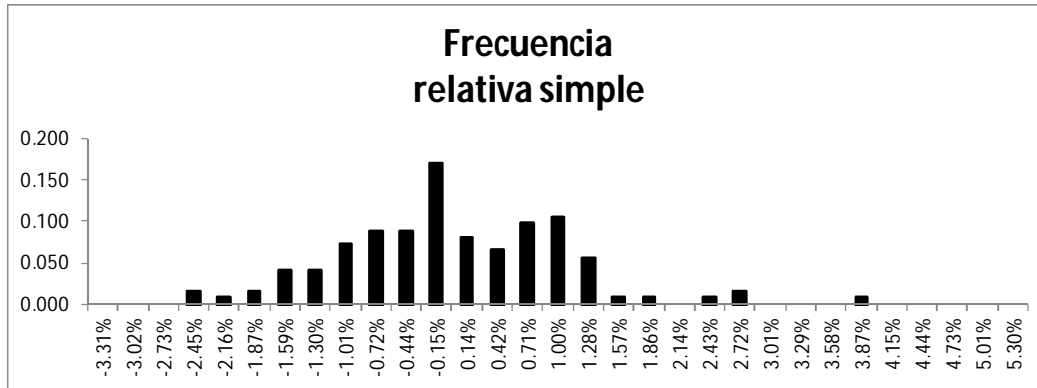
Índice	Límite inferior	Límite superior	Punto medio del intervalo xi	Frecuencia absoluta simple fi	Probabilidad puntual		Probabilidad acumulada	
					Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa simple	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada
1	-3.45%	-3.16%	-3.31%	0	0	0.000	0.000	
2	-3.16%	-2.88%	-3.02%	0	0	0.000	0.000	
3	-2.88%	-2.59%	-2.73%	0	0	0.000	0.000	
4	-2.59%	-2.30%	-2.45%	2	2	0.016	0.016	
5	-2.30%	-2.02%	-2.16%	1	3	0.008	0.024	
6	-2.02%	-1.73%	-1.87%	2	5	0.016	0.041	
7	-1.73%	-1.44%	-1.59%	5	10	0.041	0.081	
8	-1.44%	-1.15%	-1.30%	5	15	0.041	0.122	
9	-1.15%	-0.87%	-1.01%	9	24	0.073	0.195	
10	-0.87%	-0.58%	-0.72%	11	35	0.089	0.285	
11	-0.58%	-0.29%	-0.44%	11	46	0.089	0.374	
12	-0.29%	-0.01%	-0.15%	21	67	0.171	0.545	
13	-0.01%	0.28%	0.14%	10	77	0.081	0.626	
14	0.28%	0.57%	0.42%	8	85	0.065	0.691	
15	0.57%	0.85%	0.71%	12	97	0.098	0.789	
16	0.85%	1.14%	1.00%	13	110	0.106	0.894	
17	1.14%	1.43%	1.28%	7	117	0.057	0.951	
18	1.43%	1.71%	1.57%	1	118	0.008	0.959	
19	1.71%	2.00%	1.86%	1	119	0.008	0.967	
20	2.00%	2.29%	2.14%	0	119	0.000	0.967	
21	2.29%	2.58%	2.43%	1	120	0.008	0.976	
22	2.58%	2.86%	2.72%	2	122	0.016	0.992	
23	2.86%	3.15%	3.01%	0	122	0.000	0.992	
24	3.15%	3.44%	3.29%	0	122	0.000	0.992	
25	3.44%	3.72%	3.58%	0	122	0.000	0.992	
26	3.72%	4.01%	3.87%	1	123	0.008	1.000	
27	4.01%	4.30%	4.15%	0	123	0.000	1.000	
28	4.30%	4.58%	4.44%	0	123	0.000	1.000	
29	4.58%	4.87%	4.73%	0	123	0.000	1.000	
30	4.87%	5.16%	5.01%	0	123	0.000	1.000	
31	5.16%	5.44%	5.30%	0	123	0.000	1.000	

<sup>8</sup> Standard & Poor's Financial Services LLC (S&P), S&P por sus siglas en inglés, hace referencia a una compañía de calificación crediticia estadounidense de gran prestigio a nivel internacional.

Fuente: Elaboración propia.

De esa manera se discretiza la variable a partir del punto medio de los intervalos establecidos. La gráfica de la función de probabilidad obtenida es la siguiente:

Figura 5. Frecuencia relativa simple Ford



Fuente: Elaboración propia.

El estimador de la media en este caso es 0,00% y el correspondiente al desvío estándar de 1,06%. Se observa que la distribución es asimétrica positiva y es platicúrtica. La distribución de frecuencias con su correspondiente gráfica para las restantes acciones pueden ser observadas en el Anexo II (el que se encuentra en el siguiente link:

[https://drive.google.com/open?id=0B5cgN\\_mjBw4XNk90UW1QTmpCUzQ](https://drive.google.com/open?id=0B5cgN_mjBw4XNk90UW1QTmpCUzQ)).

### 3.3 Covarianza y correlación entre los componentes del modelo

En la actualidad, y sobre todo después de las últimas crisis económicas se ha tomado noción de que los componentes (los distintos tramos) de un CDO no son independientes entre sí, sino que sus rendimientos en muchos casos presentan un considerable grado de correlación. En este modelo que usa un portafolio de tres acciones para replicar el CDO el caso es el mismo, es decir, las distintas acciones presentan correlación entre sí.

Puntualmente las acciones de Ford Motor Co. (F) y General Motors Company (GM) presentan un alto grado de correlación positiva que se observa en sus rendimientos y se podía vislumbrar a priori dado que pertenecen a la misma industria. Para ilustrar esta interdependencia se puede observar la matriz de covarianzas y la matriz de correlación:

## Matriz de covarianzas y matriz de correlación

Matriz de varianzas y covarianzas

	<i>Ford</i>	<i>GM</i>	<i>JP</i>
Ford	0.011%		
GM	0.008%	0.016%	
JP	0.007%	0.007%	0.014%

Matriz de correlación

	<i>Ford</i>	<i>GM</i>	<i>JP</i>
Ford	1		
GM	0.57428258	1	
JP	0.53130829	0.46237908	1

Fuente: Elaboración propia.

#### 4. DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD CONJUNTA DEL PORTAFOLIO DE TRES ACCIONES

En este apartado se obtendrá la distribución de probabilidad conjunta del rendimiento del portafolio de tres acciones a partir de la Convolución de las distribuciones de probabilidad de cada una de ellas, y se analizarán sus similitudes y diferencias respecto a una distribución normal.

##### 4.1 Convolución como herramienta

Teniendo en cuenta lo mencionado en 2.3 una vez obtenidas las distribuciones de probabilidad para las tres acciones se plantea el objetivo de obtener una distribución de probabilidad para la suma de las tres. La manera más efectiva de lograrlo incorporando todas las particularidades de cada una de las distribuciones y teniendo en cuenta la correlación entre las mismas es convolucionando las funciones de probabilidad de a pares. La función de probabilidad de cada una de las acciones es la siguiente:

Cuadro 3. Funciones de probabilidad de cada acción

#	(1)		(2)		(3)	
	Lim Inf intervalo $x_i$	$f_1(x)$	Lim Inf intervalo $x_i$	$f_2(x)$	Lim Inf intervalo $x_i$	$f_3(x)$
1	-3.45%	0.000	-3.45%	0.016	-3.45%	0.016
2	-3.16%	0.000	-3.16%	0.008	-3.16%	0.000
3	-2.88%	0.000	-2.88%	0.008	-2.88%	0.000
4	-2.59%	0.016	-2.59%	0.016	-2.59%	0.033
5	-2.30%	0.008	-2.30%	0.016	-2.30%	0.000
6	-2.02%	0.016	-2.02%	0.024	-2.02%	0.008
7	-1.73%	0.041	-1.73%	0.016	-1.73%	0.024
8	-1.44%	0.041	-1.44%	0.049	-1.44%	0.016
9	-1.15%	0.073	-1.15%	0.073	-1.15%	0.057
10	-0.87%	0.089	-0.87%	0.098	-0.87%	0.098
11	-0.58%	0.089	-0.58%	0.033	-0.58%	0.114
12	-0.29%	0.171	-0.29%	0.114	-0.29%	0.106
13	-0.01%	0.081	-0.01%	0.098	-0.01%	0.073
14	0.28%	0.065	0.28%	0.146	0.28%	0.098
15	0.57%	0.098	0.57%	0.114	0.57%	0.098
16	0.85%	0.106	0.85%	0.065	0.85%	0.098
17	1.14%	0.057	1.14%	0.041	1.14%	0.033
18	1.43%	0.008	1.43%	0.024	1.43%	0.049
19	1.71%	0.008	1.71%	0.008	1.71%	0.033
20	2.00%	0.000	2.00%	0.000	2.00%	0.024
21	2.29%	0.008	2.29%	0.000	2.29%	0.016
22	2.58%	0.016	2.58%	0.008	2.58%	0.000
23	2.86%	0.000	2.86%	0.008	2.86%	0.008
24	3.15%	0.000	3.15%	0.000	3.15%	0.000
25	3.44%	0.000	3.44%	0.000	3.44%	0.000
26	3.72%	0.008	3.72%	0.000	3.72%	0.000
27	4.01%	0.000	4.01%	0.008	4.01%	0.000
28	4.30%	0.000	4.30%	0.000	4.30%	0.000
29	4.58%	0.000	4.58%	0.000	4.58%	0.000
30	4.87%	0.000	4.87%	0.000	4.87%	0.000
31	5.16%	0.000	5.16%	0.008	5.16%	0.000

Fuente: Elaboración propia.

Primero se lleva a cabo la Convolución de Ford Motor Co. (F) y General Motors Company (GM) y se obtiene la siguiente función de probabilidad y función de distribución de probabilidad (se muestra sólo parte de la misma):

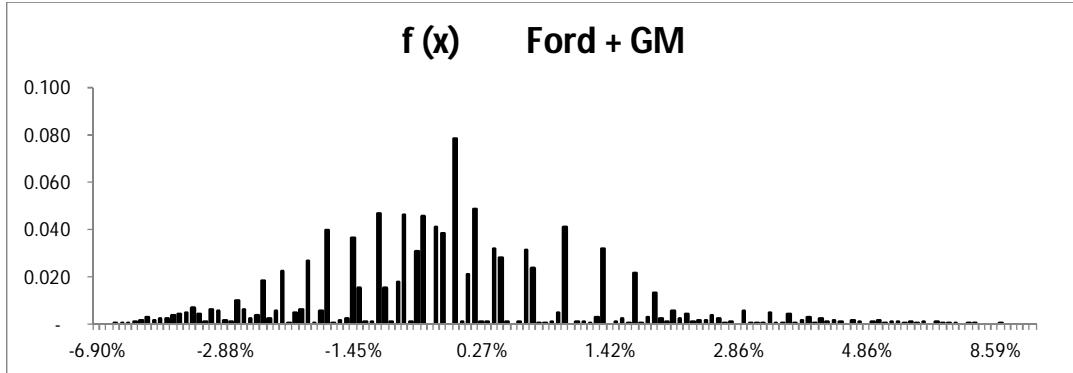
Cuadro 4. Extracto de la convolución entre las funciones de probabilidad de Ford y General Motors

	(6)	(7)
Lim Inf intervalo	$f^{(2)}(x)$	$F^{(2)}(x)$
$x_i$		
-6.90%	-	-
-6.61%	-	-
-6.33%	-	-
-6.04%	0.000	0.000
-5.75%	0.000	0.001
-5.47%	0.000	0.001
-5.18%	0.001	0.002
-4.89%	0.002	0.004
-4.60%	0.003	0.006
-4.32%	0.001	0.008
-4.32%	0.002	0.010
-4.03%	0.002	0.012
-4.03%	0.003	0.015
-3.74%	0.004	0.020
-3.74%	0.005	0.024
-3.46%	0.006	0.031
-3.46%	0.004	0.035
-3.17%	0.001	0.036
-3.17%	0.006	0.042
-3.17%	0.006	0.048
-2.88%	0.002	0.050
-2.88%	0.001	0.051
-2.88%	0.010	0.061
-2.88%	0.006	0.067
-2.60%	0.003	0.070
-2.60%	0.003	0.073
-2.60%	0.018	0.091
-2.31%	0.003	0.094
-2.31%	0.006	0.100
-2.31%	0.022	0.122
-2.02%	0.000	0.122
-2.02%	0.005	0.127
-2.02%	0.006	0.133
-2.02%	0.027	0.159
-1.74%	0.000	0.160

Fuente: Elaboración propia

Cuya gráfica es la siguiente:

Figura 6. Convolución entre las funciones de probabilidad de Ford y General Motors



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar el gráfico es asimilable al de una distribución log normal. Luego se procede a convolucionar esta nueva función de probabilidad obtenida con la función de probabilidad de JPMorgan Chase & Co. (JPM) obteniendo la siguiente función de probabilidad y su correspondiente función de distribución (nuevamente la imagen ilustra un extracto de las mismas):

Cuadro 5. Extracto de la Convolución de las tres acciones

	(8)	(9)
Lím Inf intervalo $x_i$	$f^{(3)}(x)$	$F^{(3)}(x)$
-10.35%	0.000	0.0000
-10.06%	0.000	0.0000
-9.78%	0.000	0.0000
-9.49%	0.000	0.0000
-9.20%	0.000	0.0000
-8.92%	0.000	0.0000
-8.63%	0.000	0.0000
-8.34%	0.000	0.0001
-8.05%	0.000	0.0001
-7.77%	0.000	0.0002
-7.77%	0.000	0.0002
-7.48%	0.000	0.0004
-7.19%	0.000	0.0005
-7.19%	0.000	0.0007
-6.91%	0.000	0.0007
-6.91%	0.000	0.0011
-6.62%	0.000	0.0013
-6.62%	0.000	0.0016
-6.33%	0.000	0.0017
-6.33%	0.001	0.0025
-6.05%	0.000	0.0026
-6.05%	0.001	0.0034
-6.05%	0.000	0.0037
-5.76%	0.000	0.0039
-5.76%	0.001	0.0049
-5.76%	0.000	0.0054
-5.47%	0.000	0.0058
-5.47%	0.002	0.0073
-5.47%	0.001	0.0079
-5.19%	0.001	0.0092
-5.19%	0.002	0.0108
-5.19%	0.000	0.0112
-4.90%	0.002	0.0133

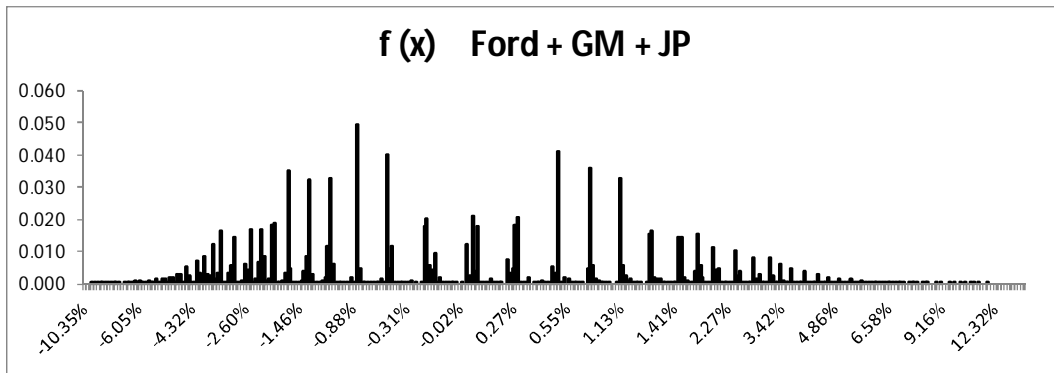
Fuente: Elaboración propia

La ilustración de cómo se obtienen  $f^{(2)}(x)$  y  $f^{(3)}(x)$  puede encontrarse en el Anexo III. (el que se encuentra en el siguiente link:

[https://drive.google.com/open?id=0B5cgN\\_mjBw4XNk90UW1QTmpCUzQ](https://drive.google.com/open?id=0B5cgN_mjBw4XNk90UW1QTmpCUzQ)).

La gráfica de la Convolución de tres acciones es la siguiente:

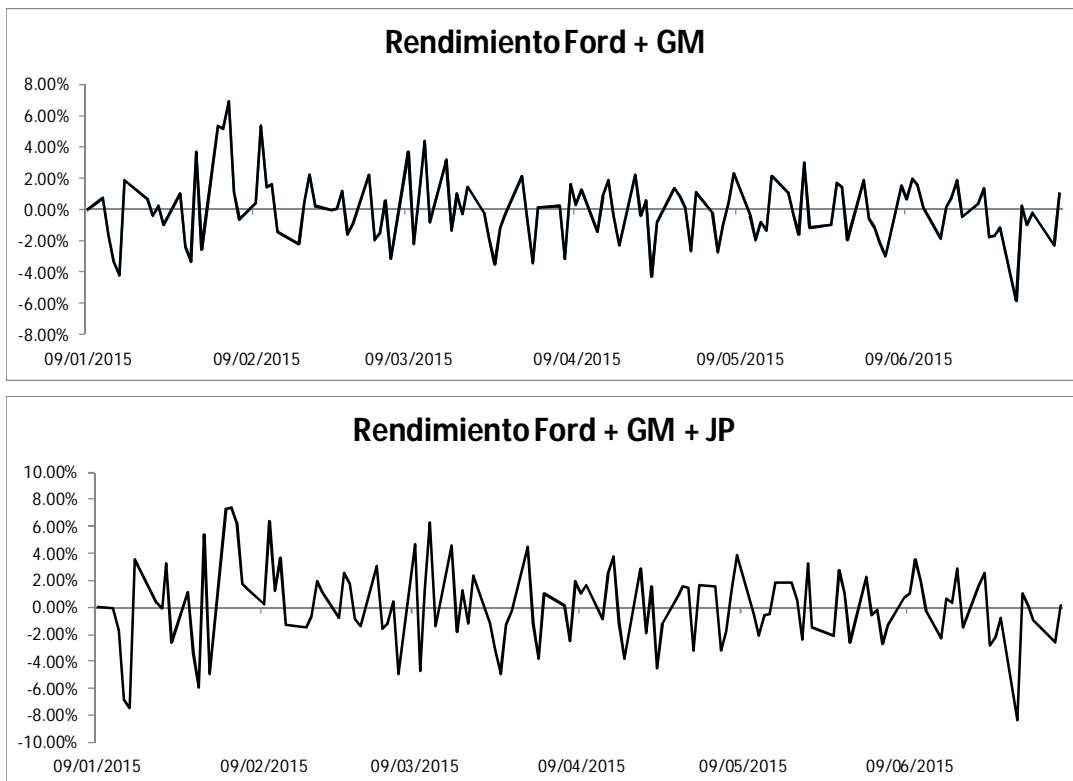
Figura 7. Gráfica de la Convolución de las tres acciones



Fuente: Elaboración propia.

Nuevamente se observa cómo la función de probabilidad obtenida para la suma de las tres acciones, es decir, para el portafolio, difiere del de una distribución normal. Por otro lado se observan los rendimientos de la cartera de dos y tres acciones respectivamente:

Figura 8. Rendimiento del portafolio de dos y tres acciones respectivamente



Fuente: <http://finance.yahoo.com/stock-center/>

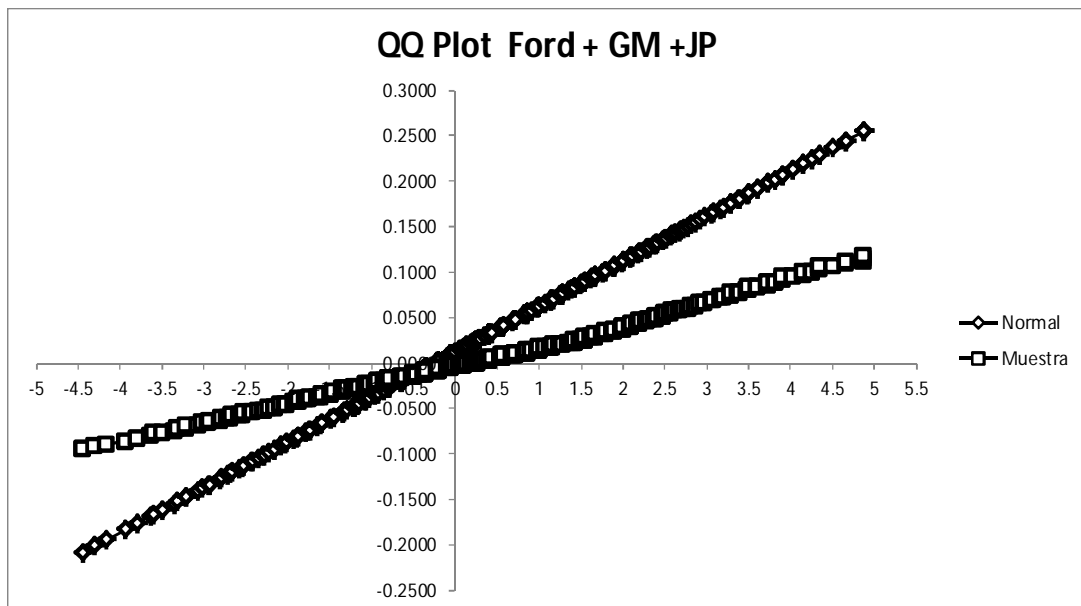


## 4.2 No normalidad

Existen distintas maneras de probar la no normalidad de una muestra de datos. Una de las más gráficas es el uso de los histogramas que encontramos en 4.1 pero no es el único camino. Uno de los test de normalidad más usados por su simpleza y practicidad es el de QQ Plot<sup>9</sup>.

En el presente trabajo de investigación el QQ Plot es utilizado para realizar un test de normalidad a la distribución de la suma de las acciones obtenida a través de la Convolución de las tres acciones. Tanto en el eje de abscisas como en el de ordenadas están los cuantiles de las distribuciones que se comparan:

Figura 9. QQ Plot distribución conjunta del portafolio de tres acciones



(1) . Fuente: <http://finance.yahoo.com/stock-center/>

A través de este gráfico podemos llegar a la conclusión de que la función de probabilidad obtenida a partir de la muestra con la herramienta de Convolución poco tiene que ver con una distribución normal.

<sup>9</sup>Quantile-QuantilePlot por su nombre en inglés.

## 5. VIRTUDES DEL USO DEL MODELO

Por la naturaleza del modelo que usa la herramienta de Convolución, la correlación entre las distintas acciones que conforman el portafolio está implícita en la distribución de probabilidad conjunta. Este factor es muy importante ya que no es tenido en cuenta cuando se toma un modelo que asume independencia y distribución normal de sus componentes, lo cual lo aleja de la realidad de los mercados financieros. En ellos, los componentes de un portafolio como este tienen una marcada interdependencia, y es muy importante que el modelo escogido recoja dicha información de manera adecuada.

Por otro lado el supuesto de que el portafolio sigue una distribución normal es una simplificación inexacta que alejaría al mismo de la realidad como se observa en el apartado 4.2.

En el presente capítulo se plantea el objetivo de calcular el VaR del portafolio para poder cuantificar el riesgo al que está expuesto el mismo y establecer, en consecuencia, un margen de capital que sirva de cobertura en caso de que ocurran movimientos adversos en los niveles de precios que hagan disminuir el valor de los activos que componen el portafolio. Se plantean dos escenarios posibles para el cálculo del VaR, siendo el primero un escenario donde se asume que el rendimiento conjunto de las acciones que componen el portafolio se distribuye de manera normal. En cambio, el segundo escenario va a trabajar con el supuesto de no normalidad y se basará para ello en el modelo logrado a través de la Convolución en 4.1. Por último, se comparan los resultados obtenidos en ambas alternativas y se plantea cuál es el resultado que mejor representa la situación real en el mercado financiero.

### 5.1 Supuesto de distribución de probabilidad conjunta Normal

En las líneas siguientes observaremos el valor del VaR con un nivel de probabilidad de 99% y con un horizonte temporal de 1 día. Esto quiere decir que el valor obtenido será la máxima pérdida que podemos tener en un día con un nivel de confianza del 99%. En cuanto a las proporciones de cada acción dentro del portafolio, el mismo va a estar dividido en tres partes iguales correspondientes a las tres acciones mencionadas. También se calculará el Component VaR correspondiente al  $VaR_{0,99}$ , para cada acción.

Si se asume que la suma de variables aleatorias (rendimiento diario de las acciones que componen el portafolio) se distribuye de manera normal no hace falta obtener la función de distribución de dicha suma de variables aleatorias para calcular el VaR sino que con la matriz de varianzas y

covarianzas es suficiente. Se hace mención a la matriz de varianzas y covarianzas dado que se supone que existe una interdependencia entre los componentes del portafolio.

Y el VaR es:

- $VAR_{0,99 F+GM+JP} = -2,25\%$

Por otro lado el Component VaR para cada una de las acciones es el siguiente:

- Component  $VAR_{0,99 F} = -0,69\%$
- Component  $VAR_{0,99 GM} = -0,83\%$
- Component  $VAR_{0,99 JP} = -0,73\%$

Observamos que los Component VaR totalizan el VaR. La fórmula de cálculo del VaR y el Component VaR pueden hallarse en el Anexo IV (el que se encuentra en el siguiente link: [https://drive.google.com/open?id=0B5cgN\\_mjBw4XNk90UW1QTmpCUzQ](https://drive.google.com/open?id=0B5cgN_mjBw4XNk90UW1QTmpCUzQ)).

## 5.2 Supuesto de distribución de probabilidad conjunta no Normal

En este apartado se realizará el cálculo del VaR con el mismo nivel de confianza y horizonte temporal que en 5.1 pero suponiendo que la suma de variables aleatorias no se distribuye de manera normal. Para ello usaremos el modelo desarrollado en 4.1 a partir de una Convolución de variables aleatorias dado que entendemos que es una representación más adecuada de la distribución de probabilidad conjunta de la suma de las tres variables aleatorias.

En este caso necesitaremos hacer uso de la función de distribución de la suma de variables aleatorias obtenida en 4.1 para buscar el cuantil 0.01 que corresponde al  $VAR_{0,99}$  dado que la distribución de pérdidas y ganancias está ordenada de menor a mayor.

Concluimos que el valor del  $VAR_{0,99}$  es el siguiente:

- $VAR_{0,99 F+GM+JP} = -5,19\%$

Por otro lado el Component VaR para cada una de las acciones es el siguiente:

- Component  $VAR_{0,99 F} = -1,58\%$
- Component  $VAR_{0,99 GM} = -1,93\%$
- Component  $VAR_{0,99 JP} = -1,68\%$

Observamos que los Component VaR totalizan el VaR. El Component VaR es calculado de la misma manera que en 5.1 y su fórmula de cálculo puede hallarse en el Anexo IV (el que se encuentra en el siguiente link:

[https://drive.google.com/open?id=0B5cgN\\_mjBw4XNk90UW1QTmpCUzQ](https://drive.google.com/open?id=0B5cgN_mjBw4XNk90UW1QTmpCUzQ)).

### 5.3 Conclusiones: eficiencia de cada método en términos de VaR

A partir de la observación de los valores de VaR obtenidos en 5.1 y 5.2 podemos notar a simple vista que el primero es notablemente más bajo. Esto quiere decir que la pérdida máxima esperada con el nivel de confianza dado y el horizonte temporal establecido es substancialmente menor cuando se avala el supuesto de que la suma de variables aleatorias, en este caso el rendimiento diario de las acciones que componen el portafolio, se distribuye de manera normal. Lo que estamos observando cuando hacemos este supuesto es una subestimación del riesgo inherente a una estructura tal como la de un CDO, aquí replicada a través de un portafolio de acciones.

El VaR obtenido cuando se supone no normalidad en la distribución de la suma de variables aleatorias no es sólo más conservador sino más representativo de la realidad a partir de lo que se observa cotidianamente en los mercados financieros. En el análisis del QQ Plot en 4.2 se observa con claridad la no normalidad de la suma de dichas variables aleatorias, y por lo tanto sería un supuesto equivocado asumir normalidad. Los histogramas de la distribución conjunta de las variables aleatorias en 4.1 muestran una curva diferente a la normal. Incluso también las distribuciones marginales de cada una de las variables aleatorias (en 3.2 y Anexo I) denotan una distribución no normal, sino más bien log normal. En este sentido, la experiencia en los mercados internacionales de CDO indica que el mismo no se comporta como una variable aleatoria normal dado que sus componentes, que son interdependientes entre sí, no se asimilan a una distribución normal, en línea con lo que se demuestra en el presente trabajo de investigación y en lo que se basan importantes modelos como el de Black-Scholes-Merton.

En conclusión, por basarse en supuestos que se alejan de la realidad, el VaR que surge a partir del supuesto de normalidad en la suma de variables aleatorias subestima el riesgo implícito en un instrumento financiero como un CDO. En cambio, el VaR calculado a partir de un modelo que realiza una Convolución de variables aleatorias para obtener su distribución de probabilidad conjunta brinda una representación más adecuada del nivel de riesgo al que se está expuesto. En

el mercado, el presente trabajo de investigación podría ser utilizado como punto de partida por distintas organizaciones que posean un CDO en su cartera, con el objetivo de lograr una adecuada cuantificación y cobertura del riesgo implícito en el mismo instrumento financiero y al que se encuentran expuestas. Para ello, deberían calcular el VaR basándose en una Convolución de variables aleatorias suponiendo que la suma de las mismas se distribuye de manera distinta a la normal como se demuestra en el presente trabajo de investigación.

Por último, a partir de este trabajo pueden surgir investigaciones acerca de cuál es la representación más adecuada de la estructura de riesgo de un instrumento financiero como un CDO y qué papel cumple dicha representación a la hora de la valuación y cobertura del mismo. Adicionalmente, podría plantearse cual es el rol del modelo elegido para representar la estructura de riesgo de un CDO en crisis importantes como la reciente crisis Sub-Prime en 2009, donde dichos instrumentos financieros tuvieron un papel importante. Finalmente, el presente trabajo de investigación también podría dar lugar a la introducción del concepto de cópulas a la hora de obtener la distribución conjunta de distintas variables aleatorias que son interdependientes entre sí.

## REFERENCIAS

- Andersen, L., Sidenius, J., (2005). "CDO pricing with factor models: survey and comments", *Journal of Credit Risk 1*.
- Bluhm C., (2003). "CDO Modeling: Techniques, Examples and Applications", Working Paper, Hypo Vereinsbank.
- Bowers, N., Gerber, H., Hickman, J., Jones, D., and Nesbitt, C., (1997). "Actuarial Mathematics", Society of Actuaries.
- Davis, M., Lo, V., (2001). "Modelling Default Correlation in Bond Portfolios", *Mastering risk*. Editors: Alexander, Harlow, Publisher: Financial Times Prentice Hall, Pages: 141-151.
- Dorey, M., Joubert, P., (2005). "Modelling dependencies: An Overview" Finance & Investment Conference.
- Duffie, D., Garleanu, N., (2001). "Risk and valuation of collateralized debt obligations" *Financial Analysts Journal*.
- Duffie, D., Singleton, K., (1999). "Simulating Correlated Defaults", Graduate School of Business, Stanford University.

- Dvorak, B., (2003). "Active Credit Portfolio Management and CDOs", Working Paper, Moody's KMV.
- Hull, J., White, A., (2004). "Valuation of a CDO and an nth to default CDO without Monte Carlo simulation", *Journal of Derivatives*.
- Jorion, P., (2001). "Value at Risk" Second Edition, McGraw-Hill.
- Longstaff, F., Rajan, A., (2007). "An empirical analysis of collateralized debt obligations", Working Paper, University of California.
- Lucas, D., Goodman, L., Fabozzi, F., (2006). "Collateralized Debt Obligations: Structures and Analysis". (2<sup>nd</sup> ed.). Hoboken, NJ: Wiley.
- Mina, J., Stern, E., (2003). "Examples and applications of closed-form CDO pricing", Working Paper, Risk Metrics Group.
- Ross, S., (2013). "Simulation", Fifth Edition. Academic Press.
- Schorin, C., Weinreich, S., Stanley, M., Witter, D., (1998). "Collateralized debt obligation handbook" Fixed Income Research.
- Speranza, M., García Fronti, J., (2013). "Introductory note to the calculation of economic capital at risk in organizations with two business units". University Library of Munich, Germany
- Turnbull, S., (2003). "Practical Issues in Modeling Default Dependence", Working Paper, University of Houston.