

EMPLEANDO HIPÉRBOLAS PARA REPRESENTAR COMERCIO INTERNACIONAL: CASO APLICADO A LA FUNDICIÓN DE HIERRO, ACERO Y SUS MANUFACTURAS

Sergio Lagunas Puls; Carmen Lilia Cervantes Bello

Universidad del Caribe, México.

slagunas@ucaribe.edu.mx; ccervantes@ucaribe.edu.mx

Recibido el 11 de noviembre de 2020. Aceptado el 12 de diciembre de 2020

Resumen

El objetivo es proponer el empleo de hipérbolas para representar el comercio internacional, ejemplificando con las exportaciones de México hacia Estados Unidos de América (EE.UU) a nivel de Capítulo Arancelario (Capítulo 72) y de Fracción Arancelaria (7326.90.99), correspondientes a fundición, hierro, acero y sus manufacturas, distinguiendo geoméricamente las trayectorias de la exportación, evaluando la excentricidad en las hipérbolas como estadístico idóneo para medir el desempeño. Mediante la propuesta podrán formularse expectativas del comercio internacional, previendo la necesidad de evaluar cambios por incrementos arancelarios, como el reciente caso aplicado al hierro y acero por parte de EE.UU.

Palabras clave: Hipérbolas - Exportación - Importación - Cónica

Abstract

The main objective is to propose a model of hyperbolas applied in international trade, exemplifying with exports from Mexico to the United States of America (USA) at the level of Chapter Tariff (Chapter 72) and Tariff Schedule (7326.90.99), corresponding to foundry, iron, steel and its manufactures, geometrically distinguishing the export trajectories, evaluating the eccentricity in the hyperbolas as an ideal statistic to measure performance. Through the model, international trade expectations can be formulated, foreseeing the need to evaluate changes due to tariff increases, such as the recent case applied to iron and steel by the United States.

Keywords: Hyperbola - Export - Import – Conic

Introducción

El eficiente desempeño del comercio internacional para un período determinado implica que al exportar se puedan cobrar mayores cantidades monetarias con menores incrementos en la cantidad de las mercancías enviadas, siendo que, lo contrario, implicaría que, para recibir incipientes mejoras en la contraprestación monetaria por exportar, se tendría que enviar mayor cantidad de mercancía.

La posibilidad para comparar valores de eficiencia en distintos períodos, como medición del desempeño comercial, o bien el efecto antes de una medida proteccionista de incremento arancelario y después de haber sido aplicada, identificar las trayectorias de comercialización, y ecuaciones para estimar pronósticos, es de vital importancia para la vigilancia específica en mercancías que presenten variaciones importantes, detectando así patrones anómalos en períodos de tiempo específicos que sugiera subvaluación y nuevas trayectorias por la distorsión causada, en un determinado Capítulo o Fracción Arancelaria.

México es socio comercial en el Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN) desde el año 1994. Sin embargo, a pesar de tal sociedad, durante las rondas de evaluación del TLCAN iniciadas en junio del 2018, pero previsible desde el mes de marzo de ese año (The White House, 2018), el Presidente de Estados Unidos de América (EE.UU.) Donald Trump, en contra de México, decidiría incrementar 25% el arancel correspondiente a la fundición, hierro, acero y sus manufacturas.

La actualidad económica, incluyendo al comercio internacional, no puede ser analizada bajo ningún modelo acostumbrado que pretenda medir variables como si fuesen estáticas sino por modelos se adapten a la dinámica comercial moderna. Considerando que los costos marginales y la media de estos costos pueden ser expresados mediante una hipérbola, con centro en el origen, en donde las abscisas representen el comercio internacional, en miles de dólares, y en el eje de las ordenadas, la cantidad de mercancías a ser exportadas, es decir, mediante modelos de evaluación con hipérbolas (Neary, 2001), los cuales surgen de una profunda reflexión y en complementación a las propuestas clásicas del comercio internacional expresadas por David Ricardo con la ventaja comparativa y eficiencia, la

proporción de factores abordada por Heckscher-Ohlin (Helpman, 1981), la competencia monopolística (Krugman, 1994) e inclusive la competencia oligopólica (Brander J. A., 1995; Brander y Spencer, 1988).

El objetivo del trabajo es emplear hipérbolas para representar el comercio internacional, considerando la naturaleza hiperbólica. La hipótesis es la siguiente: "Mediante modelamiento de hipérbolas es posible representar el comercio internacional" y, además, identificar las trayectorias de acuerdo con cada punto observado, ecuaciones para estimar pronósticos y excentricidad, esta última como sinónimo de eficiencia. Empleando datos de las exportaciones de México hacia Estados Unidos de América (EE. UU.) a nivel de Capítulo Arancelario (número 72) y de Fracción Arancelaria (7326.90.99) correspondientes a fundición, hierro, acero y sus manufacturas, a cuatro puntos comerciales y en cinco períodos mensuales distintos.

Para el presente trabajo se decidió compartir en el epígrafe 1, sólo aquellos estudios que más directamente avalaron su desarrollo. En el epígrafe 2, se agrega un esbozo de las condiciones que motivaron representar el comercio internacional con hipérbolas, destacando la polémica comercial iniciada por el presidente de Estados Unidos. El epígrafe 3 describe la metodología para representar distintos puntos comerciales, cuyas coordenadas son la contraprestación en miles de dólares (en el eje de las abscisas) y la cantidad de mercancías (en el eje de las ordenadas), fundamental para lograr el objetivo y evaluar la hipótesis. En las conclusiones, aceptando la hipótesis, se afirma que las hipérbolas pueden representar adecuadamente el comercio y además conocer su eficiencia mediante la excentricidad ϵ , recomendando agregar esta valoración a los estadísticos convencionales de centralización o variabilidad tal como sucedió con las mediciones del meta-análisis, que pasaron a ser complementos en pruebas de significancia, abriendo la oportunidad para que futuros trabajos puedan analizar la conveniencia de una tabla de valores críticos de ϵ para analizar el comercio.

1. Antecedentes de modelos de hipérbolas aplicados al comercio internacional. El cálculo de la *excentricidad*

En temas que por su naturaleza misma sean cambiantes, como la planificación de auditoría, las cuales se necesitan ajustar de acuerdo con cada escenario y cliente, implican en la mayoría de las ocasiones mucho tiempo en decidir qué revisar y bajo cuáles criterios avalar la selección; el modelo propuesto por el autor, de naturaleza hiperbólica (Bogdan, 2007), ahorra tiempo en la identificación de patrones para planificar un proceso de auditoría financiera. Para sistemas de geolocalización, los modelos hiperbólicos se deben adecuar para cada momento o monitoreo de localización, en virtud de existir el grave riesgo de confundir la ubicación dada la posible mala interpretación entre trayectorias que transitarían por distintas hipérbolas (García-Fernández, et al, 2014).

Fueron representados mediante hipérbolas también los *canales comerciales*, llamados así a los espacios entre países, planteando que entre menor fuera el espacio, entonces existiría mayor posibilidad de llevar a cabo comercio internacional debido a una "mayor atracción por cercanía". A pesar de ser de nivel macroeconómico, el estudio es significativo por la temporalidad que aborda (1870-2013), lo que permitió distinguir el comportamiento del comercio en épocas como la Primera Guerra Mundial, resultando también de interés y aval para la presente investigación, el hallazgo que los llevó a concluir que el comercio internacional y en general el mundo, por su propia naturaleza económica, deberían ser calificados como hiperbólicos. Este artículo, que dejó la interesante frase "*The hidden hyperbolic geometry of international trade...*" (García-Pérez, et al, 2016).

Tomando como comparativa el antecedente del meta-análisis o tamaño del efecto, a través de los coeficientes de g de Hedges (Hedges, 1983) o también d de Cohen (Morris & DeShon, 2002) que resultaron medidas complementarias al nivel tradicional de significancia de $\alpha = 0.05$, se propone que de forma similar, la excentricidad para modelos basados en hipérbolas, deban ser considerados para medir el desempeño de cualquier variable que ajuste a estas características, de esta forma, se puede establecer distintos niveles de excentricidad análogos a niveles de eficiencia.

Propiedades de las hipérbolas

En geometría de hipérbolas, si se toman dos círculos cuyo valor del radio es interpretado como tasa de crecimiento (r), -círculos con la condición de pasar por el origen y por cada coordenada r -, colocados en distintos cuadrantes, en el punto en que estos círculos se encontraban entre sí, sería la localización exacta del vértice de una hipérbola que representaría la trayectoria del crecimiento de cristales en distintos períodos de tiempo. Un experimento aplicado a polipropileno, en donde el cálculo de la excentricidad, -la cual representa el ángulo de una hipérbola-, cuando el valor fuera cercano a 1, la hipérbola sería muy cerrada indicando esperanza de mayor beneficio (Garza, et al, 2005).

Con respecto a las propiedades y elementos de una hipérbola, mediante trigonometría, el autor Jiří Stávek (2019), presenta de manera detallada, el centro, focos, vértices, y ejes para integrar una hipérbola, destacando el reflejo que ocurre de cualquier punto en una trayectoria con otro en la trayectoria opuesta.

Toda hipérbola está formada por dos puntos denominados Focos F, F' los cuales se ubican en el eje de las abscisas, también denominado eje focal, en este mismo eje se localizan dos Vértices V, V' , así como un Origen (O), para este caso será el punto $(0,0)$; el eje de las ordenadas o eje de y también se denomina en ocasiones como eje transversal (Aguilar, et al, 2009; Swokowski y Cole, 2006).

A partir de los puntos anteriores existirá una Distancia Focal ($2c$) que es la distancia entre los Focos F, F' así como otros elementos tales como la Distancia Real o Distancia entre los Vértices V, V' ($2a$) y la Distancia entre puntos del eje transversal ($2b$) calculado entre los puntos B, B' existiendo fórmulas que expresan relaciones entre los ejes (Arango, Quiceno, y Plata, 2016).

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (1)$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} \quad (2)$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (3)$$

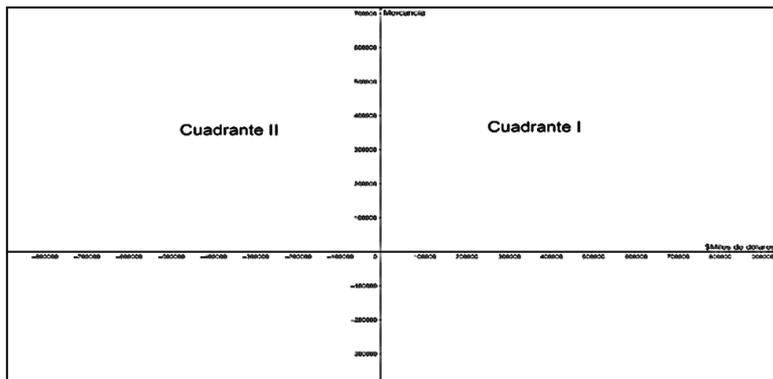
2. Análisis de las exportaciones e importaciones de México empleando hipérbolas (noviembre 2017 a marzo 2018)

El comercio internacional, por regla general, implica exportación o venta internacional y, la correspondiente importación, es decir, quien paga por lo vendido. Otra particularidad, excluyendo el retorno de mercancías al lugar de origen (causada por devoluciones o por regímenes aduaneros especiales), es que las operaciones estarán comprendidas dentro de dos cuadrantes.

El Gráfico 1 indica que la exportación se sitúa en el Cuadrante I (parte superior derecha) mientras que la importación se debe representar en el Cuadrante II (parte superior izquierda), es decir, que para ambos supuestos (exportación e importación) la cantidad de mercancía por la cual se paga cierta cantidad monetaria siempre estará considerada con valores positivos en el eje de las ordenadas (y); respecto al eje de las abscisas (x), este estará expresado en unidades monetarias, miles de dólares, en positivo representando la cantidad que un exportador recibe por la venta de mercancía y ese mismo valor, pero en unidades negativas, para expresar "el reflejo" que paga un importador por la misma cantidad de mercancías.

Es decir, la exportación para un determinado país se identifica con el cuadrante positivo en cuanto a la contraprestación pactada, sin embargo, a pesar de que se trata de una misma cantidad de mercancía comercializada, para otro país importador, el pago por esa misma cantidad de mercancía, se vuelve un reflejo que cae en un cuadrante negativo pues cuando para el exportador es un registro de venta, positivo, para el importador es un registro de egreso negativo.

Gráfico 2. Cuadrante para Exportación (Cuadrante I) e Importación (Cuadrante II)



Fuente: Elaboración propia

En la interpretación de quienes escriben, el trabajo de Bogdan (2007) es una clara alternativa a los estudios de perfil estadístico de residuos, simetría, normalidad y gráficas del tipo X-R; una sola representación hiperbólica y la medición de las distancias indicarían todo lo anterior, enfocado a detectar puntos anómalos; este estudio sirvió para procurar estimar el nivel o razón de cambio en cada punto comercial e identificar el mejor y menor desempeño o eficiencia del comercio, entre valores monetarios y cantidad de mercancías. En García Fernández et al (2014) se dejó abierta la pauta para que cualquier otro modelo, inclusive con una variable económica, como el comercio, debía prever que las trayectorias y los momentos comerciales (valor monetario/mercancías) en distintos períodos (meses, semanas o días) tendrían la necesidad de presentarse bajo hipérbolas diferentes.

El artículo de García Pérez et al. 2016, motivó a los que redactamos este documento para representar el comercio mediante hipérbolas, a un nivel más concreto, como son los Capítulos y Fracciones Arancelarias, por lo tanto, no se sustenta en el modelo gravitacional sino en el uso de la geometría de curvas, con especial interés en la medición de eficiencia a través de la *excentricidad*. El desempeño para un período determinado se logra con una menor excentricidad (hipérbola estrecha, con poca amplitud

entre sus colas) indicativo de que al exportar se puedan cobrar mayores cantidades monetarias con menores incrementos en la cantidad de las mercancías enviadas, por el contrario, una mayor excentricidad (hipérbola con gran amplitud entre sus colas) implicaría que para recibir incipientes mejoras en la contraprestación monetaria por exportar, se tendría que enviar mayor cantidad de mercancía.

Ahora bien, en aplicación al comercio para la localización de los puntos F, F' se consultaron las cantidades en toneladas de mercancías como también en miles de dólares de los últimos cinco períodos mensuales, de exportaciones mexicanas realizadas hacia los EE. UU., integrando los datos en la Tabla 1 que se presenta a continuación. Para este trabajo en lo particular se usaron únicamente los datos relacionados al comercio internacional fundición de hierro, acero y sus manufacturas.

Tabla 1. Exportaciones desde México hacia EE. UU. bajo Capítulo 72 y Fracción Arancelaria 7326.90.99

Período	Capítulo 72* Fundición, hierro y acero		Fracción Arancelaria 7326.90.99** Manufacturas de fundición, hierro y acero	
	Toneladas de mercancía	Miles de dólares	Toneladas de mercancía	Miles de dólares
Noviembre 2017	249,737	\$162,660	148,853	\$63,528
Diciembre 2017	209,210	\$140,077	40,471	\$56,114
Enero 2018	273,272	\$158,572	36,301	\$55,878
Febrero 2018	232,308	\$135,924	42,066	\$56,126
Marzo 2018	388,207	\$247,403	53,374	\$67,816

Fuente: Elaboración propia. * Datos obtenidos del International Trade Centre (International Trade Centre, 2018). ** Datos obtenidos del Sistema de Información Arancelaria Vía Internet (SIAVI, 2018)

Los Focos y coordenadas para los Puntos Iniciales¹⁵, ambos de la forma (x, y) se presentan a continuación¹⁶.

Tabla 2. Coordenadas para los Focos y Puntos Iniciales correspondientes al Capítulo 72

Período	F	F'	Cuadrante I Exportador	Cuadrante II Importador
Noviembre 2017	(162660, 0)	(-162660, 0)	(162660,249737)	(-162660,249737)
Diciembre 2017	(140077, 0)	(-140077, 0)	(140077,209210)	(-140077, 209210)
Enero 2018	(158572, 0)	(-158572, 0)	(158572,273272)	(-158572, 273272)
Febrero 2018	(135924, 0)	(-135924, 0)	(135924,232308)	(-135924, 232308)
Marzo 2018	(247403, 0)	(-247403, 0)	(247403,88207)	(-247403, 388207)

Fuente: Elaboración propia

Un hallazgo importante fue identificado después del planteamiento de cada hipérbola individual y es que, atendiendo a la derivada de una función $f(x)$ que respecto a x es la función $f'(x)$ dada por $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ que para el caso de una hipérbola sería de la forma $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ la derivada llevaría a la obtención de una recta tangente de la forma $y = \varphi x + \omega$ con lo que se puede obtener la razón de cambio; ahora bien, mediante el desarrollo geométrico de la hipérbola, se obtiene la misma propiedad de la pendiente en recta tangente con el valor de la excentricidad ε debido a que $\varepsilon = \frac{c}{a} = \varphi$, de tal suerte que si se observan las Tablas 3 y 5 para compararlas con las ecuaciones de las rectas tangentes al punto observado, los elementos son equivalentes.

En el Gráfico 3 se distinguen las cinco hipérbolas obtenidas a partir de los datos de exportación del Capítulo 72, observando que existen algunas más

¹⁵ Las coordenadas de los Puntos Iniciales representan los registros reales, acontecidos en el período que se indica.

¹⁶ Los gráficos contenidos en este trabajo fueron realizados mediante software libre GeoGebra.

abiertas y otras más cerradas, lo que se debe a los distintos valores de excentricidad (ver Tabla 3), los cuales son obtenidos a partir de la ecuación (5), que por la naturaleza propia de la hipérbola siempre será $e \geq 1$ (Aguilar, et al, 2009; Sánchez y Dorado, 2004), siendo el criterio para este trabajo que entre menor sea el valor obtenido (cercano a 1) entonces la hipérbola se asemejará a una recta (horizontal) con muy poca pronunciación.

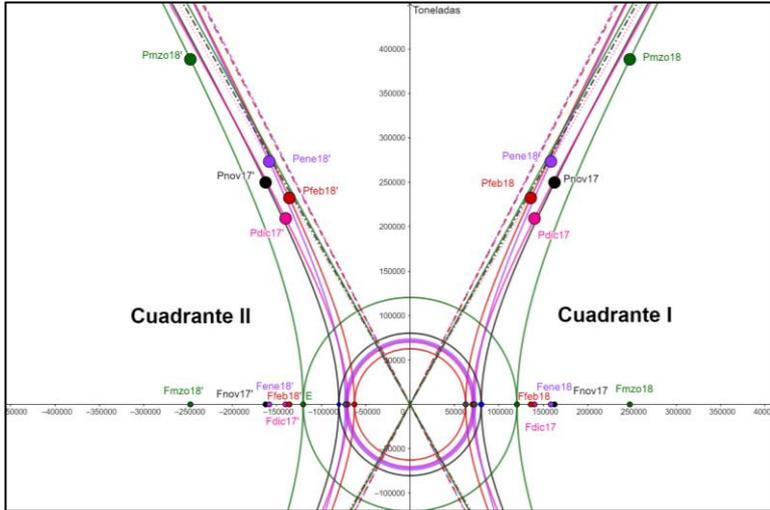
Tabla 3. Capítulo Arancelario 72. Coordenadas para Vértices, valor de la excentricidad, ecuación de circunferencia y recta tangente

Período	V	V'	$e = \frac{c}{a}$	Ecuación de Circunferencia principal	Ecuación de la recta tangente en Puntos Iniciales
Noviembre 2017	(80193, 0)	(-80193, 0)	2.03	$x^2 + y^2 = 6430995838$	$y = 2.03x - 80193.49$
Diciembre 2017	(70220, 0)	(-70220, 0)	1.99	$x^2 + y^2 = 4930844917$	$y = 1.99x - 70219.98$
Enero 2018	(72683, 0)	(-72683, 0)	2.18	$x^2 + y^2 = 5282829572$	$y = 2.18x - 72683.08$
Febrero 2018	(62639, 0)	(-62639, 0)	2.17	$x^2 + y^2 = 3923696397$	$y = 2.17x - 62639.42$
Marzo 2018	(120355, 0)	(-120355, 0)	2.06	$x^2 + y^2 = 14485427412$	$y = 2.06x - 120355.42$

Fuente: Elaboración propia

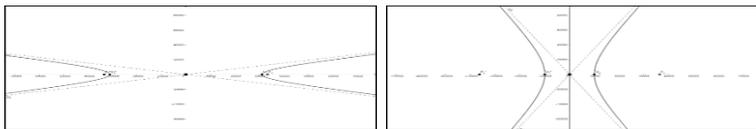
Es decir, que, desde el punto de vista del exportador, los períodos con menor excentricidad indicarían mejor desempeño comercial ya que con aumentar muy poco la cantidad de productos entonces se podría cobrar mejores cantidades monetarias; por el contrario, una excentricidad mayor indicaría un comportamiento de mercado en donde para tener mejores ventas de exportación se tendrían que proporcionar mucha mayor cantidad de mercancías.

Gráfico 3. Hipérbolas correspondientes al Capítulo 72: noviembre 2017 a marzo 2018



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 4. Hipérbola con excentricidad cercana a 1 (izquierda) e hipérbola que se aleja de 1 (derecha)



Fuente: Elaboración propia

A continuación, se presenta el comparativo con dos supuestos, uno con excentricidad cercana a 1 y otro con valor lejano a 1, con la finalidad de que se represente visualmente la importancia de la excentricidad en la eficiencia comercial.

Tabla 4. Coordenadas para los Focos y Puntos Iniciales correspondientes a la Fracción Arancelaria 7326.90.99

Período	F	F'	Cuadrante I	Cuadrante II
			Exportador	Importador
Noviembre 2017	(63528, 0)	(-63528, 0)	(63527, 148853)	(-63527, 148853)
Diciembre 2017	(56114, 0)	(-56114, 0)	(56114, 40471)	(-56114, 40471)
Enero 2018	(55878, 0)	(-55878, 0)	(55878, 36301)	(-55878, 36301)
Febrero 2018	(56126, 0)	(-56126, 0)	(56126, 42066)	(-56126, 42066)
Marzo 2018	(67826, 0)	(-67816, 0)	(67826, 53374)	(-67816, 53374)

Fuente: Elaboración propia

Considerando lo anterior, con respecto a las hipérbolas del Capítulo Arancelario (Gráfico 3) y los valores de la Tabla 3, el mes de diciembre 2017 tendría la mejor eficiencia comercial, estimando su excentricidad en 1.99, seguido por noviembre de ese mismo año cuyo valor fue de 2.03, posteriormente estaría el mes de marzo del 2018 con 2.06, febrero de ese mismo año con 2.17 sin embargo, la menor eficiencia comercial se registró en el mes enero del 2018 cuyo valor de excentricidad fue 2.18.

En lo que corresponde a las hipérbolas para la Fracción Arancelaria, a continuación, se presenta la información e imagen en el mismo orden que lo expresado para el Capítulo.

Tabla 5. Fracción Arancelaria 7326.90.99. Coordenadas para Vértices, valor de la excentricidad y ecuación de circunferencia y recta tangente

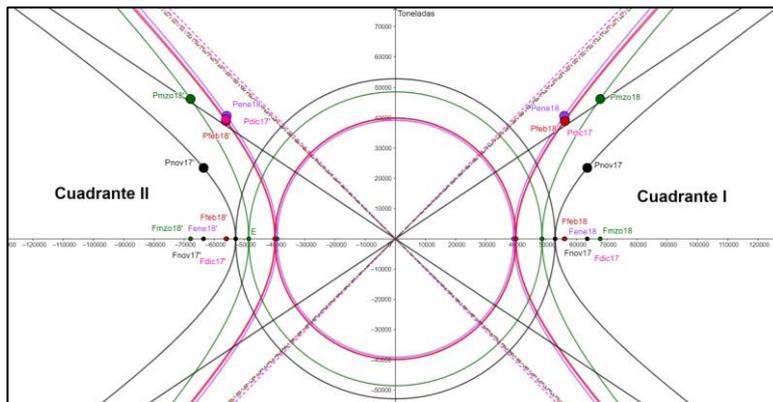
Periodo	V	V'	$e = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$	Ecuación de Circunferencia principal	Ecuación de la recta tangente en Puntos Iniciales
Noviembre 2017	(23425, 0)	(-23425, 0)	1.20	$x^2 + y^2 = 2796948020.67$	$y = 1.20x - 52886.18$
Diciembre 2017	(39416, 0)	(-39416, 0)	1.41	$x^2 + y^2 = 1581354536.72$	$y = 1.41x - 39766.25$
Enero 2018	(40601, 0)	(-40601, 0)	1.43	$x^2 + y^2 = 1532787848.91$	$y = 1.43x - 39150.83$
Febrero 2018	(38905, 0)	(-38905, 0)	1.40	$x^2 + y^2 = 1595915492.41$	$y = 1.40x - 39948.91$
Marzo 2018	(46196, 0)	(-46196, 0)	1.40	$x^2 + y^2 = 2357406059.91$	$y = 1.40x - 48553.13$

Fuente: Elaboración propia

El Gráfico 5 resulta interesante por dos situaciones, la primera es que en la hipérbola del mes de noviembre del 2017 es clara la mayor eficiencia por lo estrecho de las colas, estimando su excentricidad en 1.20.

Por otra parte, la segunda situación de interés es que en las hipérbolas de los meses de diciembre 2017, febrero y marzo del 2018 la excentricidad es muy similar, lo que se interpreta como eficiencias comerciales similares, 1.41, 1.40 y 1.40 respectivamente, ahora bien, nótese que si bien la excentricidad en febrero y marzo es del mismo valor, las curvas presentan visualmente una separación importante una con otra, esto se debe a que se exportó más mercancías en el mes de marzo 2018 pero con una misma eficiencia por cada unidad exportada.

Gráfico 5. Hipérbolas correspondientes a la Fracción Arancelaria 7326.90.99: noviembre 2017 a marzo 2018



Fuente: Elaboración propia

3. Pronósticos para el comercio empleando hipérbolas

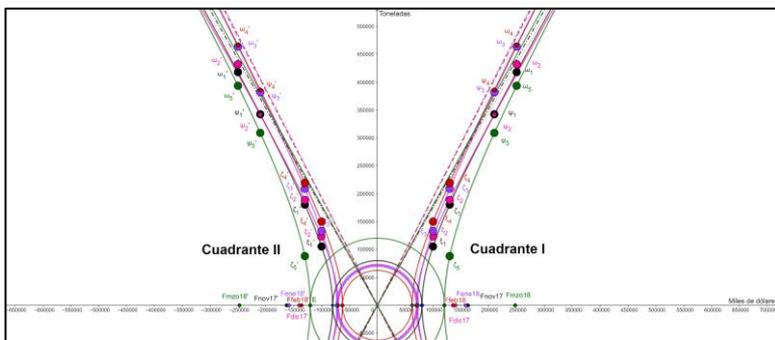
Mediante las hipérbolas representadas en el epígrafe anterior, se utilizarán sus ecuaciones para estimar valores futuros en supuestos de exportación con volúmenes de mercancía distintos a los puntos originales, de esta forma se debe interpretar que de llevarse un registro en tiempo real del comercio en un determinado período, se conocería la eficiencia del mismo y por tanto la expectativa para la contraprestación que podría esperarse al exportar distintos volúmenes de mercancías en el mismo período.

Tanto para el Capítulo como para la Fracción Arancelaria se determinarán valores futuros (pronósticos), en las cantidades de mercancía que se debería exportar para lograr obtener cuatro distintos importes, en miles de dólares. Los puntos resultantes estarán representados en la

exportación por ξ, ζ, Ψ, ω en cada una de las hipérbolas¹⁷ y los reflejos en la importación $\xi', \zeta', \Psi', \omega'$ ¹⁸.

Como en epígrafe anterior, primero se presentarán lo concerniente para el Capítulo y posteriormente para la Fracción Arancelaria.

Gráfico 6. Puntos para el Capítulo Arancelario con valores futuros (pronósticos) mediante hipérbolas: noviembre 2017 a marzo 2018



Fuente: Elaboración propia

Los puntos comerciales futuros (pronósticos) para el capítulo están representados en el Gráfico 6, además, la Tabla 6 permite corroborar que la cantidad mínima de mercancías para cobrar cien mil dólares corresponde al mes de noviembre, lo cual por supuesto es coincidente con el valor de excentricidad de mayor eficiencia (más cercano a 1), para obtener ciento treinta mil dólares el mínimo de mercancía para ser enviada en la exportación sería de 88,251 toneladas, lo cual también es correspondiente con la mejor eficiencia en la hipérbola de marzo 2018.

¹⁷ Además de representar cada punto en el color correspondiente a cada hipérbola, se agregan subíndices, de tal manera que ξ_1 corresponde a la hipérbola de noviembre 2017, ξ_2 a diciembre 2017, ..., ξ_5 marzo de 2018; de esta misma forma para cada uno de los puntos ξ, ζ, Ψ, ω así como también de los puntos de reflejo $\xi', \zeta', \Psi', \omega'$.

¹⁸ Estos puntos de reflejo se agregan únicamente en la Imagen, no en la Tabla 6 por razones de espacio.

Tabla 6. Capítulo Arancelario 72. Concentrado de datos para representar las hipérbolas de noviembre 2017 a marzo 2018

Periodo	Puntos Comerciales Históricos	ξ Quando X=100,000	ζ Quando X=130,000	ψ Quando X=210,000	ω Quando X=250,000
Pnov17	(162660, 249737)	(100000, 105425)	(130000, 180561)	(210000, 342503)	(250000, 417862)
Pdic17	(140077, 209210)	(100000, 122823)	(130000, 188839)	(210000, 341612)	(250000, 432104)
Pene18	(158572, 273272)	(100000, 133175)	(130000, 208993)	(210000, 382026)	(250000, 463814)
Pfeb18	(135924, 232308)	(100000, 150116)	(130000, 219373)	(210000, 386005)	(250000, 466089)
Pmzo18	(247403, 388207)	*	(130000, 88251)	(210000, 309066)	(250000, 393536)

Fuente: Elaboración propia. * No se estimó debido a que el valor de 100,000 para las abscisas excede el límite o valor de vértice

No obstante, a lo anterior se debe tener cuidado con interpretar como que la eficiencia de las hipérbolas iniciales (construidas a partir de los puntos originales) permanecerá constante, lo cual no necesariamente sucederá, lo cual se explica porque en cada uno de los nuevos puntos o pronósticos, los focos F , F' se podrían reajustar y en consecuencia el valor de la excentricidad o eficiencia, también lo hará.

Con respecto a la Fracción Arancelaria fueron estimados los valores o pronósticos con las mismas cuatro expectativas de ventas en la exportación, en este caso resultaron muy similares los resultados con base en las hipérbolas de los meses de diciembre 2017, enero y febrero del año 2018 como se muestra en la Tabla 7.

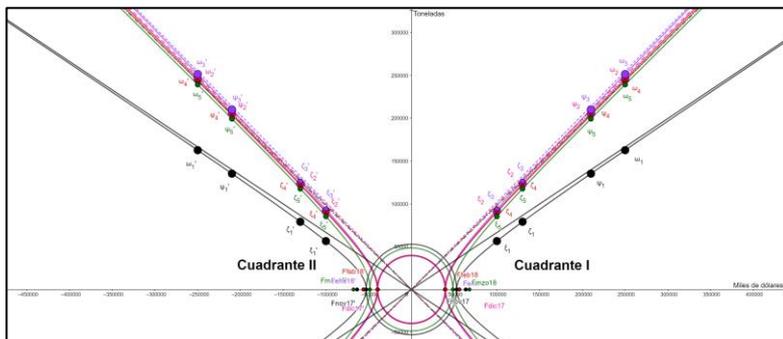
Además, de los datos correspondientes a los valores futuros contenidos en la Tabla 7, el gráfico 6 permite apreciar con claridad que existe importante similitud en los pronósticos con las hipérbolas de diciembre 2017, febrero y marzo 2018, lo que además corrobora los estimados de excentricidad de estos mismos períodos, valores incluidos en la Tabla 5.

Tabla 7. Fracción Arancelaria 7326.90.99. Concentrado de datos para representar las hipérbolas de noviembre 2017 a marzo 2018

Período	Puntos Comerciales Históricos	ξ	ζ	ψ	ω
		Quando X=100,000	Quando X=130,000	Quando X=210,000	Quando X=250,000
Pnov17	(162660, 249737)	(100000, 56484)	(130000, 79036)	(210000, 135257)	(250000, 162617)
Pdic17	(140077, 209210)	(100000, 91348)	(130000, 123222)	(210000, 205290)	(250000, 245728)
Pene18	(158572, 273272)	(100000, 93706)	(130000, 126239)	(210000, 210104)	(250000, 251447)
Pfeb18	(135924, 232308)	(100000, 90468)	(130000, 122083)	(210000, 203454)	(250000, 243542)
Pmzo18	(247403, 388207)	(100000, 85273)	(130000, 117629)	(210000, 199289)	(250000, 239213)

Fuente: Elaboración propia. * No se estimó debido a que el valor de 100,000 para las abscisas excede el límite o valor de vértice

Gráfico 6. Puntos para la Fracción Arancelaria con valores futuros (pronósticos) mediante hipérbolas: noviembre 2017 a marzo 2018



Fuente: Elaboración propia

Conclusiones

En definitiva, dadas las características del comercio internacional, el modelo desarrollado es factible, adecuándose perfectamente a la representación visual de las trayectorias comerciales por Capítulo y Fracción Arancelaria como a la obtención de pronósticos y sus límites respecto al valor de cada vértice.

La hipótesis planteada se acepta, quedado demostrado, además, que mediante ecuaciones hiperbólicas de cada momento comercial (mes/año), es posible conocer la eficiencia mediante el cálculo de la excentricidad ε , medida que este estudio propone como un estadístico idóneo y alternativo, ya que con un solo valor se puede medir el desempeño comercial, complementando los estadísticos convencionales de centralización, desviación o residuos.

En otras palabras, el desempeño comercial para un período determinado se logra con una menor excentricidad lo que indica que la tendencia es que la exportación pueda cobrar mayores cantidades monetarias con menores incrementos en la cantidad de las mercancías enviadas, por el contrario, una mayor excentricidad implicaría que para recibir incipientes mejoras en la contraprestación monetaria por la exportación se tendría que enviar mucha mayor cantidad de mercancía.

Es importante mencionar que existen algunos otros hallazgos importantes con el tema de las cónicas, particularmente con las hipérbolas, tal es el caso del estudio que encontró la posibilidad de obtener una hipérbola a partir de una sola ecuación cuadrática binaria de tipo pell negativa (Gopalan, Geetha, & Sumithra, 2015).

De contar con un modelo de medición de este tipo, autoridades y dependencias como el Servicio de Administración Tributaria, Secretaría de Economía, Banco Nacional de Comercio Exterior, entre otros, conociendo los datos en tiempo real, podrían establecer trayectorias con diversas aplicaciones, las cuales servirían como un novedoso método de precios de transferencia, o bien, como contribución a una mayor eficiencia de autoridades aduaneras o comerciales, las cuales podrían detectar un patrón fuera de la trayectoria esperada para un determinado mes (incluso

día), que sugiera subvaluación de mercancías o inclusive, como sucederá con el reciente incremento de aranceles a la fundición de hierro, acero y sus manufacturas, obteniendo las nuevas trayectorias por la distorsión causada, en un determinado Capítulo o Fracción Arancelaria.

Por supuesto que considerando los modelos generales de tipo hiperbólico que preceden a este trabajo, la aplicación también podría realizarse en sectores propios de la industria o del comercio, observando siempre la necesidad de que se presente un patrón de correspondencia, positivo para un agente económico y negativo para otro, pero además, tener en cuenta que de acuerdo al modelo desarrollado, existen pronósticos con límite a la frontera del Vértice, la cual puede ser fácilmente identificada mediante la circunferencia principal.

Referencias Bibliográficas

- Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M., & Reyes, R. (2009). *Geometría Analítica*. México: PEARSON CONAMAT.
- Arango, J., Quiceno, H., & Plata, O. (2016). Secciones cónicas k-deformadas. *Ingeniería y Ciencia*. vol. 12, no. 24, 9-29. Obtenido de <http://www.scielo.org.co/pdf/ince/v12n24/1794-9165-ince-12-24-00009.pdf>
- Bogdan, A. (2007). The Dynamic Modelling as a Financial Audit Procedure. *Informatica Economica*, XI, issue 1, 92-97. Obtenido de <http://revistaie.ase.ro/content/41/bogdan%20madalina.pdf>
- Brander, J. A. (1995). Strategic trade policy (No. w5020). *National Bureau of Economic Research*, 1-37. Obtenido de <https://pdfs.semanticscholar.org/39e3/2342a948140bee5e5fcd24f01b9b0b405723.pdf>
- Brander, J. A., & Spencer, B. J. (1988). Unionized oligopoly and international trade policy. *Journal of International Economics*, 24(3-4), 217-234. Obtenido de [http://web.iitd.ac.in/~debasis/Lectures_HUL311/papers/papers%20\(Sem%201%202015%20July\)/17%20Unionized%20oligopoly%20and%20international%20trade_Brander%20Spencer%201988%20JIE.pdf](http://web.iitd.ac.in/~debasis/Lectures_HUL311/papers/papers%20(Sem%201%202015%20July)/17%20Unionized%20oligopoly%20and%20international%20trade_Brander%20Spencer%201988%20JIE.pdf)
- García-Fernández, J. A., Jurado-Navas, A., Fernández-Navarro, M., & Ubeda, C. (2014). *Método basado en multilateración para geolocalización y sincronización en redes UMTS*. Valencia: Simposium Nacional de la URSI. Obtenido de <https://riuma.uma.es/xmlui/bitstream/handle/10630/8042/Metodo%20basado%20en%20multilateracion.pdf?sequence=1>
- García-Pérez, G., Boguñá, M., Allard, A., & Serrano, M. Á. (2016). The hidden hyperbolic geometry of international trade: World Trade Atlas 1870–2013. *Scientific reports*, 6, 1-10. doi:DOI: 10.1038/srep33441

- Garza, F. J., Pinales, M., González, V. A., & Hinojosa Rivera, M. (2005). Geometría de fronteras inter-cristalinas: Un modelo alternativo. *Ingenierías*, 8(26), 6-11. Obtenido de http://eprints.uanl.mx/10209/1/26_geometria.pdf
- Gopalan, M., Geetha, V., & Sumithra, S. (2015). Observations on the hyperbola. *International Research Journal of Engineering and Technology*, 1962-1964. Obtenido de <https://irjet.net/archives/V2/i4/Irjet-v2i4318.pdf>
- Hedges, L. V. (1983). Statistical methods for meta-analysis. *Princeton, N.J.: Academic press.*, 3-71. Obtenido de <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED227133.pdf>
- Helpman, E. (1981). International trade in the presence of product differentiation, economies of scale and monopolistic competition: a Chamberlin-Heckscher-Ohlin approach (pp. 305-340). *Journal of International Economics*, 305-340. Obtenido de <http://www2.econ.iastate.edu/classes/econ655/lapan/Readings/IntlTradeinPresenceProdDifferentiationEconScaleetcHELPMAN.pdf>
- International Trade Centre. (07 de 07 de 2018). *Market Info & Tools*. Obtenido de Trade Statistics: https://www.trademap.org/tradestat/Country_SelProductCountry_TS.aspx?nvpm=1|484|||72||2|1|1|2|2|1|2|1|1
- Krugman, P. (1994). Competitiveness: a dangerous obsession. *Foreign Aff*, 28-44. Obtenido de <https://www.pauldeng.com/teaching/intecon/Krugman%20competiveness%20a%20dangerous%20obsession.pdf>
- Morris, B., & DeShon, R. (2002). Combining Effect Size Estimates in Meta-Analysis With Repeated Measures and Independent-Groups Designs. *Psychological Methods*, 105-125, 105-125. Obtenido de http://psych.colorado.edu/~willcutt/pdfs/Morris_200

- Neary, J. (2001). Of Hype and Hyperbolas: Introducing the New Economic Geography. *Journal of Economic Literature*, 39, issue 2, 536-561. Obtenido de <http://irserver.ucd.ie/bitstream/handle/10197/1315/WP00.19.pdf>
- Sánchez, J., & Dorado, V. (2004). XVI Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. *Método geométrico para la construcción de cónicas, con centro o foco dado en la representación de Bézier*. Zaragoza: INEGRAF. Obtenido de <http://www.egrafica.unizar.es/ingegraf/pdf/Comunicacion16979.pdf>
- SIAMI. (06 de 07 de 2018). *Sistema de Información Arancelaria Vía Internet*. Obtenido de Fracción arancelaria 7326.90.99: <http://www.economia-snci.gob.mx/>
- Stávek1, J. (2019). Newton's Hyperbola Observed from Newton's Evolute (1687), Gudermann's Circle (1833), the Auxiliary Circle (Pedal Curve and Inversion Curve), the Lemniscate of Bernoulli (1694) (Pedal Curve and Inversion Curve) (09.01.2019). *Applied Physics Research*, Vol. 11, No. 1; 2019
- Swokowski, E., & Cole, J. (2006). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: CENGAGE Learning.
- The White House. (2018). *Presidential Proclamation on Adjusting Imports of Steel into the United States*. Washington, D.C.: US Government. Obtenido de <https://www.whitehouse.gov/presidential-actions/presidential-proclamation-adju>